

## 1 Versuchsidee zur e/m - Bestimmung nach Busch

Der Versuch nach Busch verwendet einen Elektronenstrahl, der in einer Oszilloskopröhre erzeugt wird. Dieser Elektronenstrahl wird zunächst in der x-Richtung elektrisch beschleunigt und dann durch einen Plattenkondensator in y-Richtung abgelenkt. Die gesamte Oszilloskopröhre befindet sich in einer langen Spule, das Magnetfeld der Spule ist im Inneren der Röhre als homogen und in x-Richtung gerichtet anzusehen. Die von den Ablenkplatten erzeugte Ablenkung in y-Richtung erzeugt mit dem Magnetfeld eine Lorentzkraft, diese zwingt die Elektronen auf eine Schraubenbahn. Für die Bewegung der Elektronen in der x-Richtung einerseits und der y- und z-Richtung andererseits gilt ein **Unabhängigkeitsprinzip**; da auch hier wie beim Oszilloskop die Bewegung in der x-Richtung nicht durch die elektrischen oder magnetischen Feldkräfte beeinflusst wird.

## 2 Berechnung der Bahnbewegung.

### 2.1 Beschleunigung in x- und y-Richtung.

Für die Beschleunigung der Elektronen in der x-Richtung gilt:

$$W_{el} = W_{kin} \Rightarrow U_B \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_x^2 \Rightarrow v_x = \sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot e}{m_e}}$$

Für die Bewegung in y-Richtung kann man mit der Kräftegleichung anfangen und damit die Geschwindigkeit in y-Richtung berechnen, wie bei den Berechnungen zum Oszilloskop. Dies ist aber gar nicht erforderlich, wie sich gleich noch zeigen wird. Man betrachtet dazu die Schraubenbahn des Elektronenstrahls, es soll genau eine Umdrehung des Strahles erfolgen, während er sich in der x-Richtung von den Ablenkplatten bis zum Bildschirm bewegt. Dann ist die Zeit T für einen vollständigen Kreis in der y-z-Ebene gleich der Zeit, die das Elektron für die gleichförmige Bewegung bis zum Schirm benötigt. Es gilt:

$$v_x = \frac{s}{T}; v_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \Rightarrow v_y = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot v_x}{s}$$

### 2.2 Zustandekommen der Schraubenbahn.

Nun betrachtet man die Lorentzkräfte, die auf den Elektronenstrahl wirken. Sie stehen immer senkrecht auf dem Vektor der Bahngeschwindigkeit und ändern deshalb nur die Richtung dieses Vektors, aber nicht den Betrag der Geschwindigkeit (um Arbeit an dem Elektron zu verrichten, muß es wegen  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$  einen Anteil von  $\vec{F}$  parallel zu  $\vec{v}$  geben, dies ist hier nicht der Fall). Der Betrag der Bahngeschwindigkeit entspricht dem Anfangswert  $v_y$  der Geschwindigkeit in y-Richtung, der durch die elektrische Beschleunigung im Plattenkondensator erreicht wird. Die Lorentzkräfte stellen also Kräfte dar, die den Strahl in der y-z-Ebene auf eine Kreisbahn mit dem Radius  $r$  zwingen, also eine Zentripetalkraft. Es gilt der folgende Kräfteansatz:

$$F_z = \frac{m_e \cdot v_y^2}{r}; F_L = -e \cdot v_y \cdot B; F_z = -F_L \Rightarrow m_e \cdot v_y^2 = e \cdot v_y \cdot B \cdot r$$

Die magnetische Flußdichte der Spule lässt sich mit der Formel für eine lange Spule berechnen, diese lautet:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot n}{l}$$

$l$  ist hierbei die Länge der Spule,  $n$  deren Windungszahl,  $\mu_0$  eine Konstante und  $I$  die Stromstärke in der Spule. Zusammen mit der oberen Formel ergibt sich nun

$$m_e \cdot v_y = \frac{e \cdot r \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n}{l}$$

Als letztes wird nun noch für die Geschwindigkeit der oben ermittelte Ausdruck eingesetzt und der so entstandene Ausdruck nach  $v_x$  umgeformt:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot v_x \cdot m_e}{s} = \frac{e \cdot r \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n}{l} \Rightarrow v_x = \frac{e \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n \cdot s}{2 \cdot \pi \cdot m_e \cdot l}$$

Als letztes setzt man für  $v_x$  den Ausdruck ein, den man mit Hilfe der Energieerhaltung erhalten hat. Das Ergebnis wird quadriert und nach  $\frac{e}{m_e}$  umgeformt:

$$\sqrt{\frac{2U_B e}{m_e}} = \frac{e \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n \cdot s}{2 \cdot \pi \cdot m_e \cdot l} \Rightarrow \frac{2 \cdot U_B \cdot e}{m_e} = \frac{e^2 \cdot \mu_0^2 \cdot I^2 \cdot n^2 \cdot s^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot m_e^2 \cdot l^2} \Rightarrow \frac{e}{m_e} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot l^2 \cdot U_B}{\mu_0^2 \cdot I^2 \cdot n^2 \cdot s^2}$$

Damit ist nun eine Gleichung für das Verhältnis von Elektronenmasse zu Elektronenladung aufgestellt. Interessanterweise spielt die Ablenkgeschwindigkeit für den ganzen Vorgang keine Rolle, nur die Beschleunigungsspannung in der x-Richtung muß bekannt sein. Außerdem benötigt man noch die Daten für die benutzte Spule und den Weg vom Ablenkplattensatz zum Leuchtschirm der Röhre.

### 2.3 Ablenkung durch Wechselspannung statt Gleichspannung.

Wenn man den Versuch exakt gemäß der oben aufgestellten Formel aufbaut, erhält man nur einen einzigen Punkt auf dem Bildschirm. Dieser wird ohne das Magnetfeld seitlich aus der Mitte ausgelenkt. Das Magnetfeld führt dazu, das man auf dem Schirm beobachten kann, wie sich der Punkt in 2 Dimensionen bewegt und schließlich auf dem Mittelpunkt der Röhre ankommt. Steigert man das Magnetfeld weiter, kann man auch Schraubenbahnen mit mehreren "Umdrehungen" erzwingen, man beobachtet aber immer nur den einzelnen Punkt auf dem Bildschirm. Diese Vorgehensweise ist recht ungenau, da man das Ankommen des Elektronenstrahles in der Bildschirmmitte nicht genau erkennen kann. Aus diesem Grunde ersetzt man die Ablenkgleichspannung durch eine Wechselspannung, diese erzeugt dann aus dem einzelnen Punkt einen Strich auf dem Bildschirm. Dieser Strich nun wird jetzt von dem Magnetfeld gedreht und zusätzlich immer weiter in der Breite verringert, bis er schließlich auf der Bildschirmmitte zu einem Punkt zusammenschrumpft. Dieser ist nun wesentlich genauer zu beobachten, die Versuchsergebnisse werden dadurch erheblich präziser.