

HERLEITUNG ZUM MILLIKAN-VERSUCH:

1. Voraussetzungen und Vorgaben; Ansatz:

Der Versuch läuft in zwei Teilen ab, bei denen die Spannung am Millikan-Plattenkondensator umgepolt wird. Daher ergeben sich für die Berechnung der Aufwärtsbewegung und der Abwärtsbewegung zwei verschiedene Gleichungen. Ansatz: Kräftegleichgewichte zwischen der nach oben gerichteten Reibungskraft $F_{R1} = F_C + F_G$ einerseits und Gewichtskraft und Coulombkraft nach unten, oder zwischen der nach oben gerichteten Coulombkraft $F_C = F_G + F_{R2}$ und Gewichtskraft und Reibungskraft nach unten.

Die Reibungskräfte $F_{R1,2}$ hängen von der Größe der Öltröpfchen, der Zähigkeit des Mediums Luft und der Geschwindigkeit der Tröpfchen in der Luft ab. Nach Stokes gilt: $F_R = 6 \cdot r \cdot v \cdot \eta \cdot \pi$, dabei ist η die Zähigkeit eine Konstante des Mediums, durch das sich das Tröpfchen bewegt (hier Luft)

Weiterhin gelten $F_G = m \cdot g$ und $m = \rho \cdot V$ (mit der Dichte ρ des Öls) und, da für die Form der

Tröpfchen eine Kugelform angenommen wird, die Formel für das Kugelvolumen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Im homogenen elektrischen Feld des Millikan-Kondensators gelten die Formeln $E = \frac{U}{d}$ und $F_C = q \cdot E$.

Bei dem Versuch wird davon ausgegangen, das die Geschwindigkeit der geladenen Tröpfchen im Kondensator gemessen werden kann, und außerdem die elektrische Feldstärke bekannt ist. Nicht bekannt ist dagegen der Radius r der Tröpfchen, deshalb muß er aus den Formeln verschwinden. Ziel der ganzen Rechnung ist eine Formel, mit der q errechnet werden kann und in der nur Konstanten und leicht meßbare Größen stehen.

2. Erstellung der Formel:

1. Schritt : Zusammensetzen der Formeln für F_G :

$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot g$$

2.Schritt: Kräftegleichgewicht bei F_C nach unten: $F_{R1} = F_C + F_G$,
 $6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_1 = q \cdot E + m \cdot g$

Das Kräftegleichgewicht bei F_C nach oben: $F_C = F_G + F_{R2}$,
 $q \cdot E = m \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_2$

3.Schritt: Diese beiden Formeln stellt man nun nach v um, dann bildet man $v_1 + v_2$ und $v_1 - v_2$:

$$v_1 = \frac{q \cdot E + m \cdot g}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}; v_2 = \frac{q \cdot E - m \cdot g}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r};$$

$$(v_1 - v_2) = \frac{2 \cdot m \cdot g}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} \text{ bzw. } (v_1 + v_2) = \frac{2 \cdot q \cdot E}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}$$

4.Schritt: Einsetzen des Ausdrucks für die unbekannte Masse m in den Ausdruck für $v_1 - v_2$ und Umformung nach r^2 :

$$(v_1 - v_2) = \frac{\rho \cdot 4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g}{3 \cdot 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} = \frac{4 \cdot \rho \cdot r^2 \cdot g}{9 \cdot \eta}; r^2 = \frac{(v_1 - v_2) \cdot 9 \cdot \eta}{2 \cdot \rho \cdot g}$$

Nun wird der Ausdruck $(v_1 + v_2)$ nach r umgestellt und anschließend quadriert, um damit r eliminieren zu können:

$$r = \frac{2 \cdot q \cdot E}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot (v_1 + v_2)} ; r^2 = \frac{q^2 \cdot E^2}{9 \cdot \pi^2 \cdot \eta^2 \cdot (v_1 + v_2)^2}$$

5. Schritt: Jetzt ist es soweit:

$$\frac{(v_1 - v_2) \cdot 9 \cdot \eta}{4 \cdot \rho \cdot g} = \frac{q^2 \cdot E^2}{9 \cdot \pi^2 \cdot \eta^2 \cdot (v_1 + v_2)^2}$$

Diese Gleichung wird jetzt nach der eigentlich gesuchten Größe q umgeformt, sie enthält nur noch Konstanten und die zu messenden Größen v_1 , v_2 und E .

$$q^2 = \frac{(v_1 - v_2) \cdot 9 \cdot \eta \cdot 9 \cdot \pi^2 \cdot \eta^2 \cdot (v_1 + v_2)^2}{4 \cdot \rho \cdot g \cdot E^2} ;$$

jetzt wird die Wurzel gezogen und dabei so viel wie möglich vor das Wurzelzeichen gezogen:

$$q = \frac{9 \cdot \pi \cdot (v_1 + v_2)}{2 \cdot E} \sqrt{\frac{(v_1 - v_2) \cdot \eta^3}{\rho \cdot g}}$$

Damit ist die Millikan-Formel fertig!

3. Eine vereinfachte Übungsaufgabe zum Millikan- Versuch:

In einen Plattenkondensator (Plattenabstand 2mm) werden seitlich kleine Öltröpfchen eingesprüht. Diese Öltröpfchen werden beim Einsprühen elektrisch aufgeladen. Die Beobachtung der Tröpfchen erfolgt durch ein Mikroskop.

- a) Wie kann mit diesem Versuch die Polarität der Ladung auf den Tröpfchen bestimmt werden? Beschreibe einen entsprechenden Versuchsablauf.
- b) An den Kondensator wird eine Spannung von 244,9 Volt angelegt. Bei dieser Spannung beobachtet man, dass eines der Tröpfchen im Kondensator in der Schwebe gehalten wird. Das Tröpfchen hat eine Masse von $0,002 \mu\text{g}$. Wie groß ist die Ladung des Tröpfchens (Ergebnis auf 2 Nachkommastellen runden)? Wievielen Elementarladungen entspricht diese Ladungsmenge?
- c) Berechne das Volumen für ein kugelförmiges Tröpfchen, welches die oben angegebene Masse bei einer Dichte des Öls von $900 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ besitzt.
- d) Welche Ladungsmenge müsste sich auf einem $0,05 \text{mg}$ schweren Tröpfchen befinden, damit dieses ebenfalls schwebt?