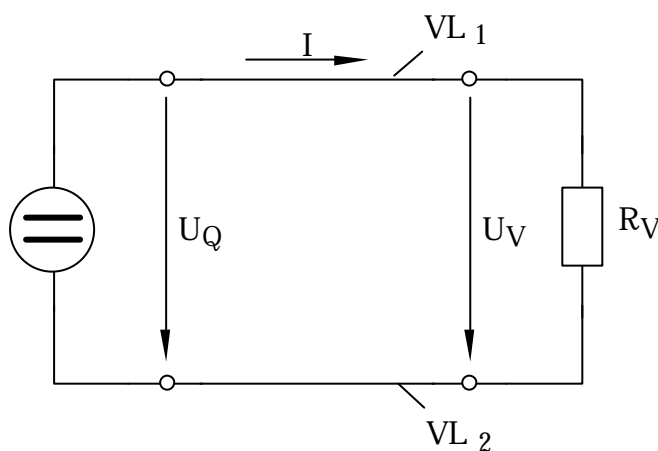


## 2. GLEICHSTROMSCHALTUNGEN MIT LINEAREN BAUELEMENTEN

### 2.1 Strom und Spannung im einfachen Stromkreis



Schaltzeichen:

ohmscher Widerstand



$U_Q$  : Spannung der Quelle  
(Generatorspannung)

$U_V$  : Spannung am Verbraucher

$R_V$  : Verbraucherwiderstand

$V_L$  : Verbindungsleitungen

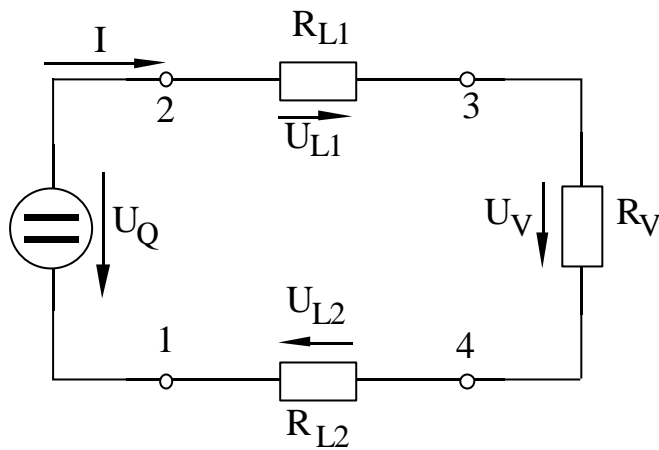
Im Widerstand und in den Verbindungsleitungen wird eine homogene Stromdichte über den Querschnitt vorausgesetzt.

Querschnitt  $\ll$  andere Abmessungen

Die Strömung kann damit durch die Stromstärke charakterisiert werden.

$U_Q = U_V$ , wenn in den Verbindungsleitungen  $\kappa = \infty$  gilt.

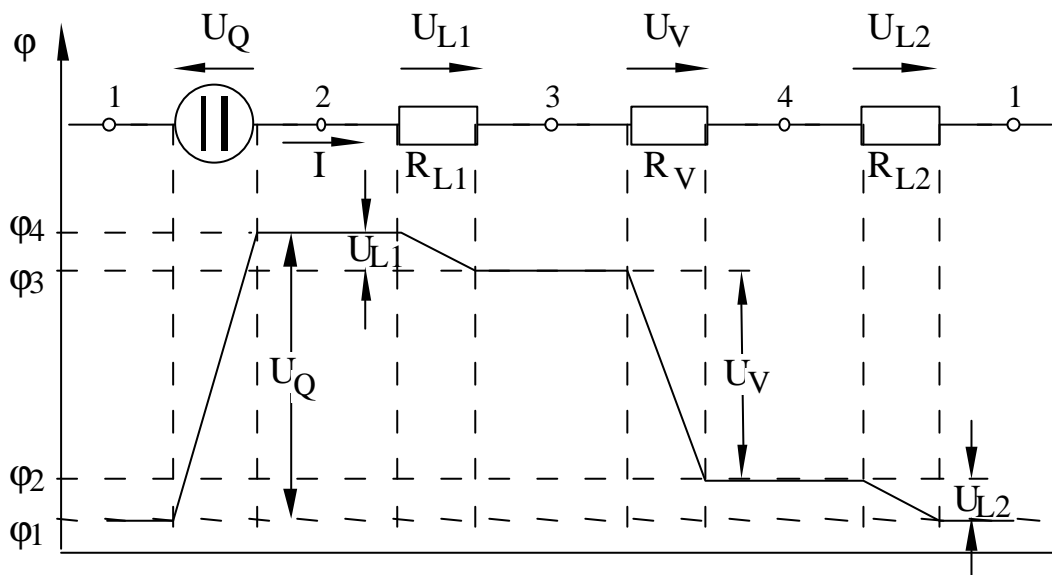
In der Praxis haben die Verbindungsleitungen Widerstände.



Widerstände der Verbindungsleitungen durch konzentrierte Bauelemente (Widerstände)  $R_{L1}$  und  $R_{L2}$  beschrieben.

→ dünn gezeichnete Linien sind perfekt leitend.

Widerstand der Leitungen:  $R_L = \frac{1}{\kappa \cdot A} = \frac{\rho R \cdot l}{A}$



$$0 = -U_Q + U_{L1} + U_V + U_{L2}$$

$$U_{L1} = I \cdot R_{L1}, \quad U_V = I \cdot R_V, \quad U_{L2} = I \cdot R_{L2}$$

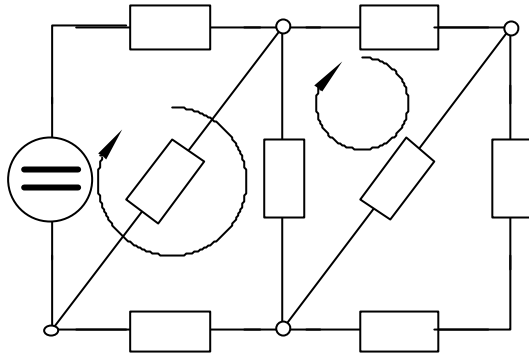
$$\Rightarrow U_Q = I \cdot (R_{L1} + R_V + R_{L2}), \quad I = U_Q / (R_{L1} + R_V + R_{L2})$$

$$U_V = U_Q - U_{L1} - U_{L2} = U_Q - I \cdot (R_{L1} + R_{L2})$$

## 2.2 Die Kirchhoffschen Sätze

Gegeben: Verzweigtes Netzwerk

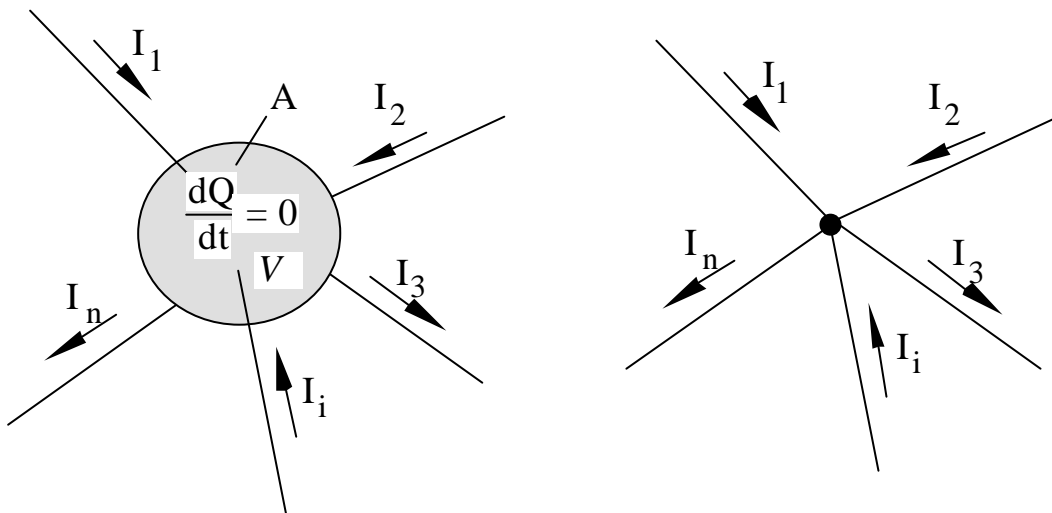
Gesucht: Strom- und Spannungsaufteilung



Netzwerk besteht aus:

- Zweigen
- Knoten
- Maschen

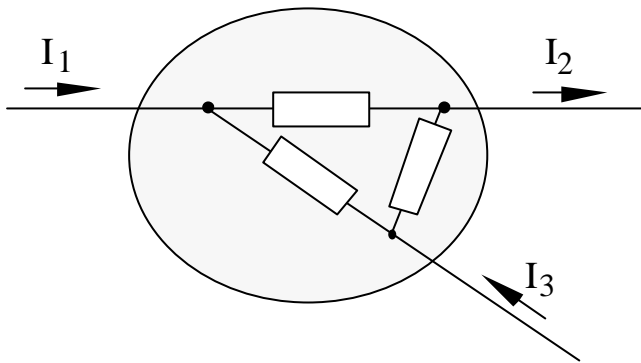
### 2.2.1 Der erste Kirchhoffsche Satz



Kirchhoffsche Knotenregel:

Die Summe aller auf einen Knoten zufließenden Ströme ist gleich der Summe aller von diesem Knoten wegfließenden Ströme.

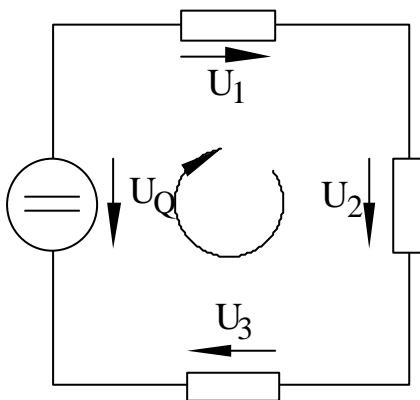
Allgemeiner:



Die Summe aller durch eine geschlossene Fläche tretenden Ströme ist gleich Null.

### 2.2.2 Der zweite Kirchhoffsche Satz

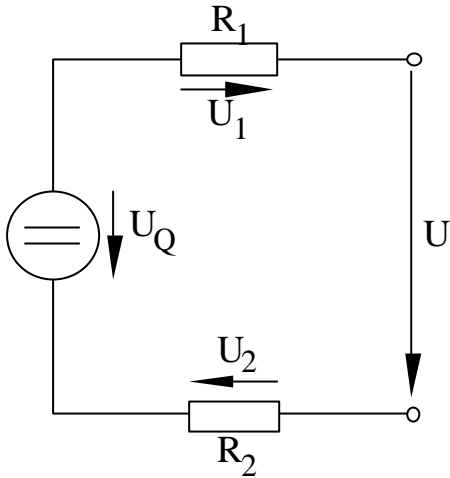
Beliebige Masche:



Die Summe der Spannungen bei einem vollständigen Umlauf in einer Masche ist gleich Null.

Das Gesetz gilt auch für Maschen, die nicht über Zweige führen.

Beispiel:



## 2.3 Zweipole

Ein Zweipol ist die Zusammenschaltung von  $n$  Elementen ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), wenn von dieser nur das Verhalten an 2 Polen interessiert.

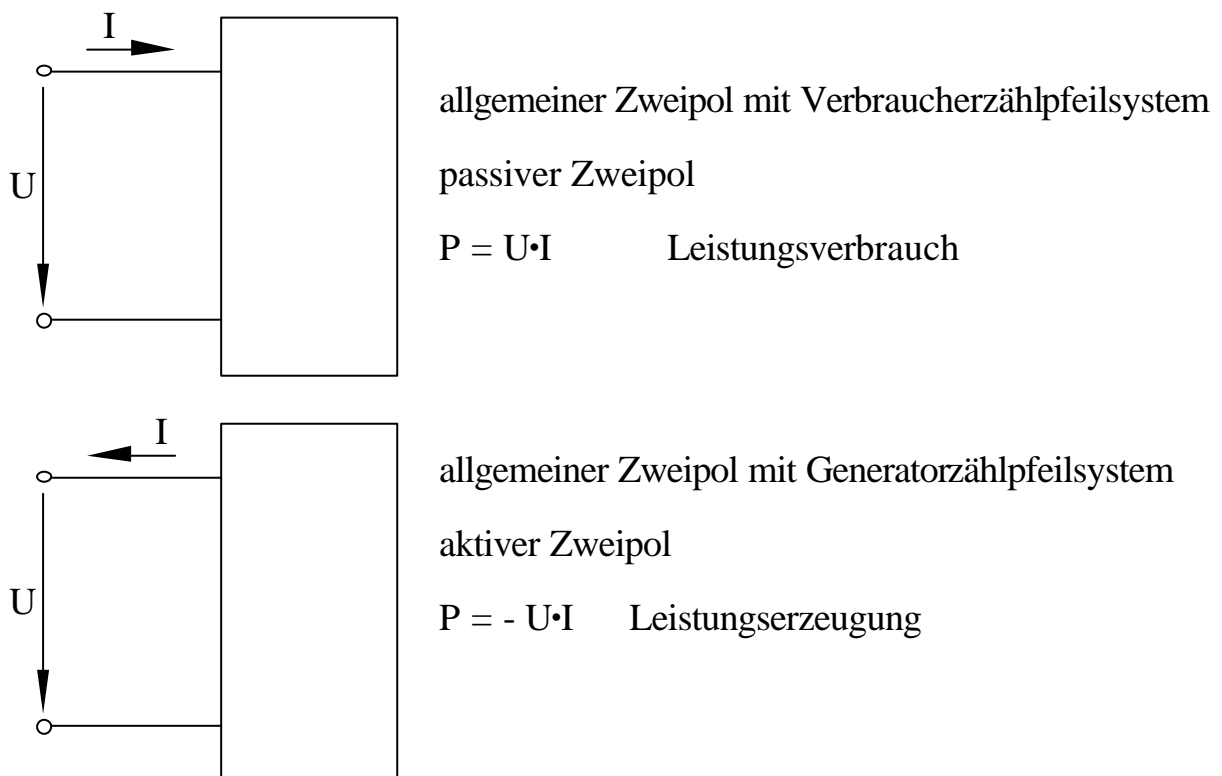
Ein Zweipol wird durch seine Strom- Spannungscharakteristik  $I = f(U)$  beschrieben.

### 2.3.1 Einteilung der Zweipole

Einteilung in:

- passive / aktive Zweipole
- lineare / nichtlineare Zweipole

### 2.3.2 Zuordnung der Zählpfeile



## 2.3.3 Kennlinien von Zweipolen

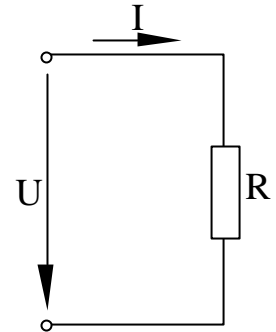
### 2.3.3.1 Die Kennlinie des linearen passiven Zweipols

Beispiel:

$$I = f(U) = C_1 \cdot U + C_2$$

$$\text{mit } I = 0 \text{ für } U = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

$$I = U/R \rightarrow C_1 = 1/R$$

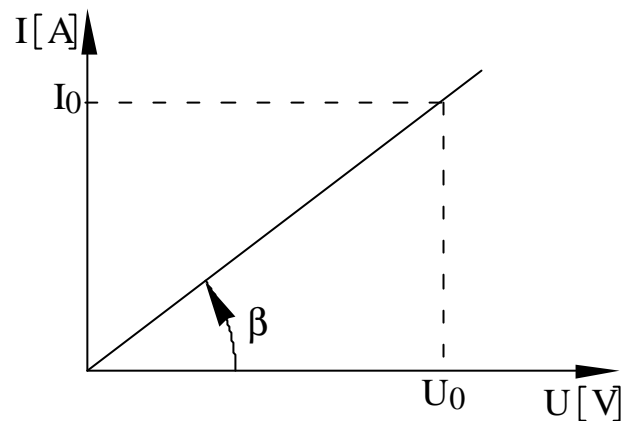


$$I = U/R$$

Gerade durch den Nullpunkt mit Steigung  $1/R = G$

$$\tan \beta = I/U = 1/R = G$$

$$\rightarrow \beta = \arctan 1/R$$



Verschiedene Maßstäbe auf I- und U-Achse:

- $m_I$  : Maßstab auf I-Achse
- $m_U$  : Maßstab auf U-Achse

$$\rightarrow \beta = \arctan (1/R \cdot m_U/m_I)$$

Beispiel:  $R = 1M\Omega$

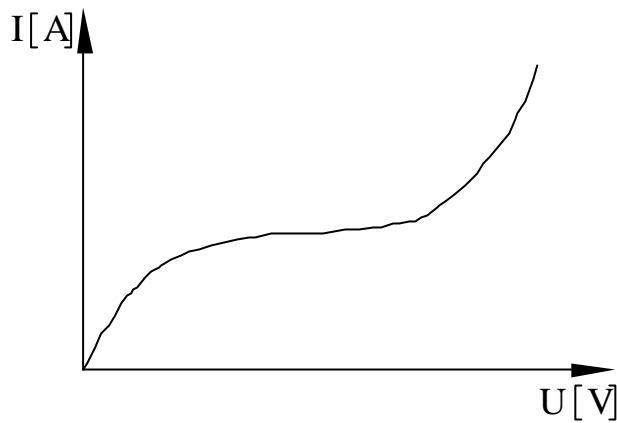
I in A, U in V,

$$\beta = 57 \cdot 10^{-6} \text{ deg}$$

I in mA [ $m_I = 10^{-3}$ ], U in kV [ $m_U = 10^3$ ]

$$\beta = 45 \text{ deg}$$

### 2.3.3.2 Die Kennlinie des nicht-linearen passiven Zweipols



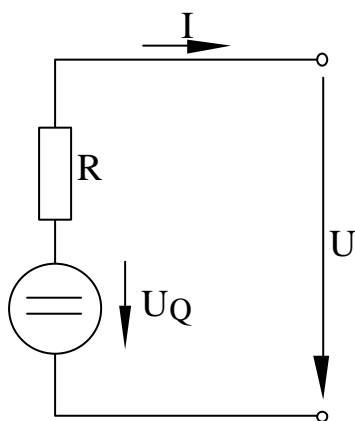
Beispiel einer Kennlinie

nicht-linearer Zusammenhang  
zwischen  $I$  und  $U$

(Photoelement, Tunneldiode)

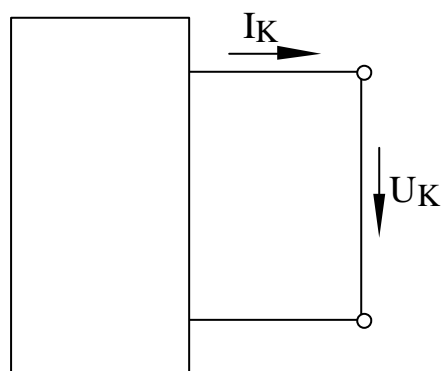
### 2.3.3.3 Die Kennlinie des linearen aktiven Zweipols

Beispiel:

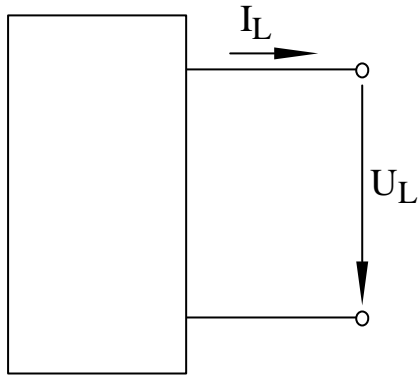


Ermittlung der Kennlinie durch:

- Kurzschlußmessung
- Leerlaufmessung



$$I = I_K, \quad U = U_K = 0 \quad (R_V = 0\Omega)$$



$$I = I_L = 0 \quad U = U_L \quad (R_V = \infty)$$

$$I = f(U) = C_1 \cdot U + C_2$$

$$\text{mit } I = I_K \text{ f\"ur } U = 0 \quad \rightarrow \quad C_2 = I_K$$

$$\text{mit } I = 0 \text{ f\"ur } U = U_L \quad \rightarrow \quad 0 = C_1 \cdot U_L + I_K$$

$$\rightarrow \quad C_1 = -$$

$I_K/U_L$

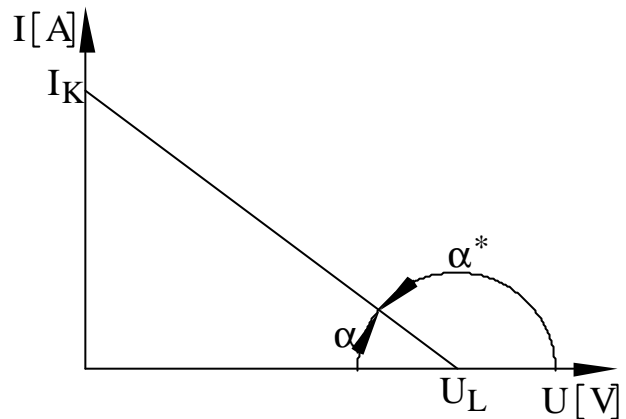
$$I = - I_K/U_L \cdot U + I_K$$

Gerade mit der Steigung  $- I_K/U_L$

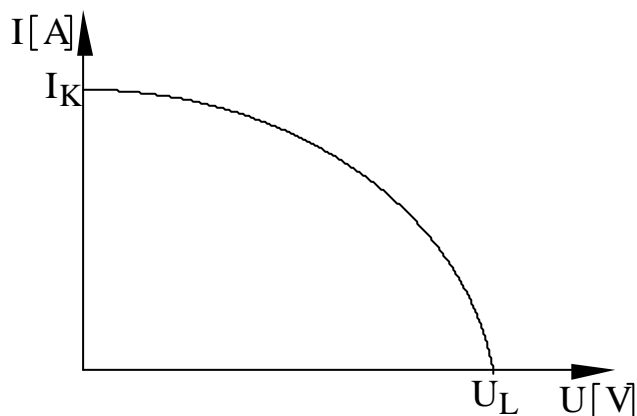
$$\alpha^* = \pi + \arctan(- I_K/U_L)$$

$$\alpha = \pi - \alpha^*$$

$$= \arctan(I_K/U_L)$$



#### 2.3.3.4 Die Kennlinie des nicht-linearen aktiven Zweipols

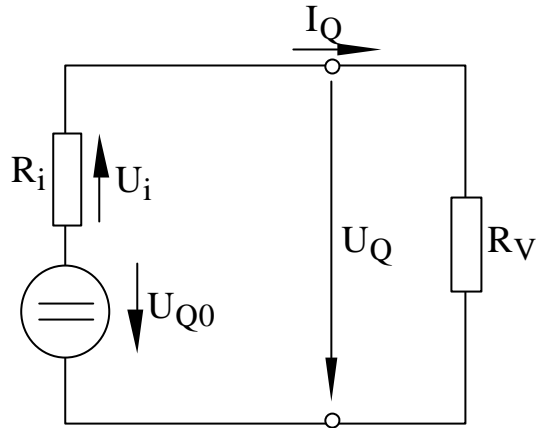


Beispiel einer Kennlinie

### 2.3.4 Spannungs- und Stromquellen

Leerlaufspannung  $U_L$  und Kurzschlußstrom  $I_K$  charakterisieren den aktiven linearen Zweipol.

#### 2.3.4.1 Die Spannungsquelle



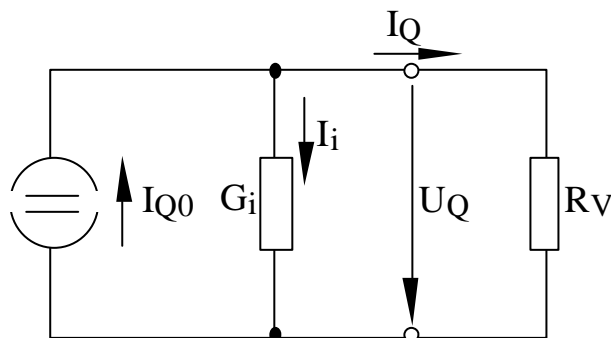
$$0 = -U_{Q0} + U_i + U_Q \quad \text{mit} \quad U_i = I_Q \cdot R_i \quad \text{und} \quad U_Q = I_Q \cdot R_v$$

$$R_v = 0\Omega \quad \Rightarrow \quad U_Q = 0V; \quad U_i = U_{Q0} \quad \Rightarrow \quad I_Q = I_K = \frac{U_{Q0}}{R_i}$$

$$R_v = \infty \quad \Rightarrow \quad I_Q = 0A; \quad U_i = 0V \quad \Rightarrow \quad U_Q = U_L = U_{Q0}$$

Die ideale Spannungsquelle hat den Innenwiderstand  $R_i = 0\Omega$ .

#### 2.3.4.2 Die Stromquelle



$$0 = I_{Q0} - I_i - I_Q \quad \text{mit} \quad I_i = U_Q \cdot G_i \quad \text{und} \quad I_Q = \frac{U_Q}{R_v}$$

$$R_V = \infty \quad \Rightarrow \quad I_Q = 0 \text{ A}; \quad I_i = I_{Q0} \quad \Rightarrow \quad U_Q = U_L = \frac{I_{Q0}}{G_i}$$

$$R_V = 0 \Omega \quad \Rightarrow \quad I_i = 0 \text{ A}; \quad U_Q = 0 \text{ V} \quad \Rightarrow \quad I_Q = I_K = I_{Q0}$$

Die ideale Stromquelle hat den Innenleitwert  $G_i = 0 \text{ S}$ .

### 2.3.4.3 Vergleich der beiden Quellen

Gleiches Verhalten an den Klemmen

Leerlauf-Betrieb

- Spannungsquelle  $I_Q = 0$ ;  $U_Q = U_L = U_{Q0}$
  - Stromquelle  $I_Q = 0$ ;  $U_Q = U_L = I_{Q0}/G_i$
- $U_{Q0} = I_{Q0}/G_i$

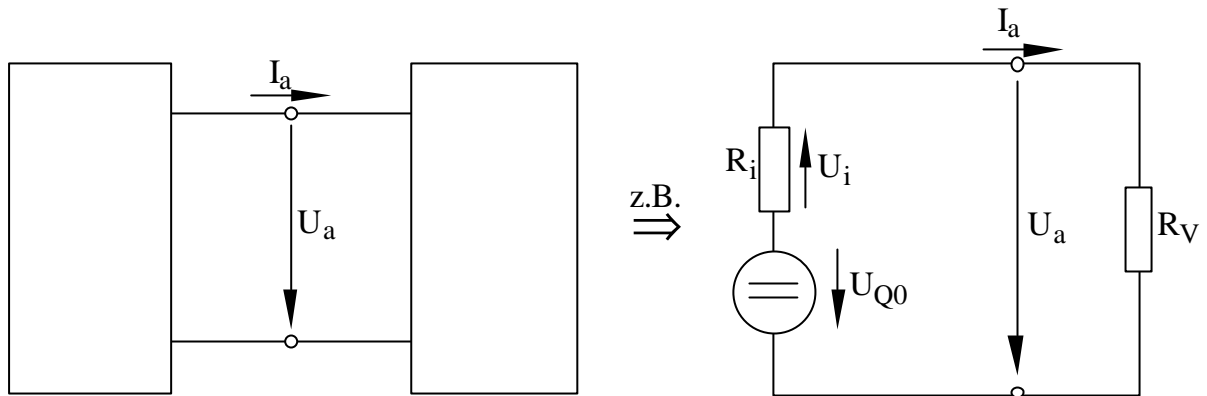
Kurzschluß-Betrieb

- Spannungsquelle  $U_Q = 0$ ;  $I_Q = I_K = U_{Q0}/R_i$
  - Stromquelle  $U_Q = 0$ ;  $I_Q = I_K = I_{Q0}$
- $I_{Q0} = U_{Q0}/R_i$

$$\Rightarrow \quad R_i = 1/G_i$$

Spannungsquellen und Stromquellen sind gleichwertig. Sie lassen sich eindeutig ineinander umrechnen.

### 2.3.5 Zusammenschaltung von linearen Zweipolen



$$0 = -U_{Q0} + U_i + U_a \quad \text{mit} \quad U_i = I_a \cdot R_i \quad \text{und} \quad U_a = I_a \cdot R_V$$

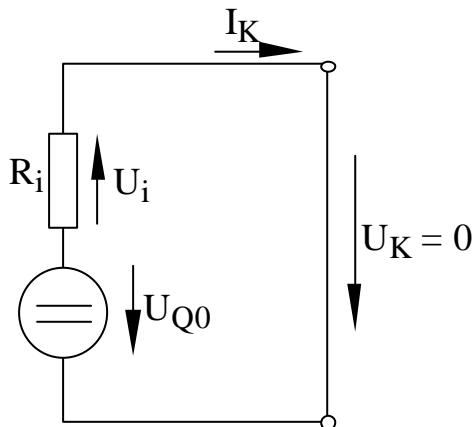
$$U_{Q0} = I_a \cdot (R_i + R_V) \quad \Rightarrow \quad I_a = \frac{U_{Q0}}{R_i + R_V} \quad \Rightarrow \quad U_a = \frac{U_{Q0} \cdot R_V}{R_i + R_V}$$

Verbraucherkenlinie des passiven Zweipols

$$I = \frac{U}{R_V}$$

Generatorkennlinie des aktiven Zweipols

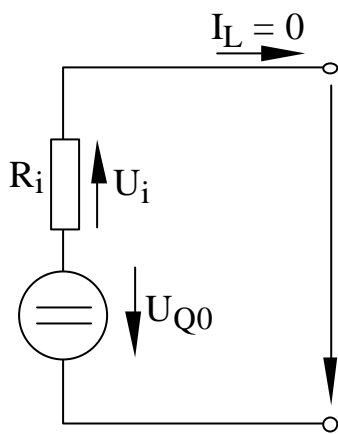
Kurzschlußstrom  $I_K$



$$0 = -U_{Q0} + U_i + U_K$$

$$\text{mit } U_K = 0 \text{ und } U_i = I_K \cdot R_i$$

$$I_K = \frac{U_{Q0}}{R_i}$$



$$0 = -U_{Q0} + U_i + U_L$$

mit  $I_L = 0$  und  $U_i = I_L \cdot R_i = 0$

$$U_L = U_{Q0}$$

Allgemeine Generatorkennlinie:

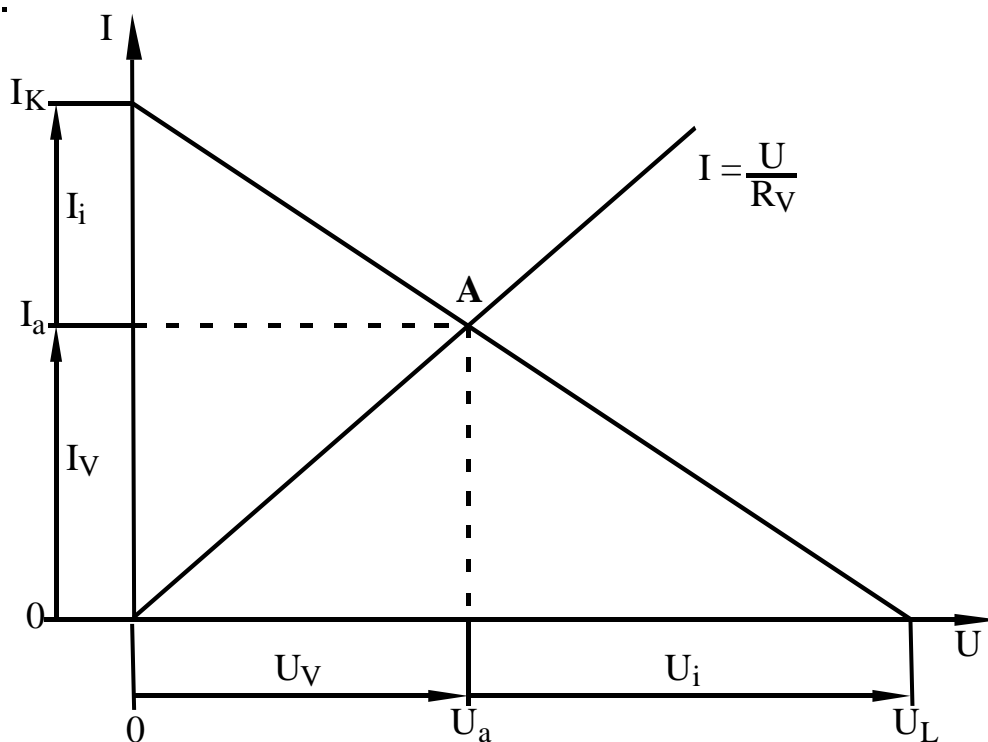
$$I = -\frac{I_K}{U_L} \cdot U + I_K = -\frac{1}{R_i} \cdot U + \frac{U_{Q0}}{R_i}$$

Mit  $I = I_a = U_a/R_V$ ;  $U = U_a$ ;  $I_K/U_L = 1/R_i$  und  $I_K = U_{Q0}/R_i$  folgt:

$$\frac{U_a}{R_V} = -\frac{U_a}{R_i} + \frac{U_{Q0}}{R_i} \Rightarrow U_a \cdot \left( \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_i} \right) = U_a \cdot \left( \frac{R_V + R_i}{R_V \cdot R_i} \right) = \frac{U_{Q0}}{R_i}$$

Schnittpunkt der Kennlinien

$$U_a = U_{Q0} \cdot \frac{R_V}{R_V + R_i} \quad \text{und} \quad I_a = \frac{U_a}{R_V} = \frac{U_{Q0}}{R_V + R_i}$$



## 2.4 Leistungsanpassung

### 2.4.1 Anpassungsbedingung

Allgemeine Beziehung für die Leistung:

$$P = U \cdot I$$

Umgesetzte Leistung im Verbraucherwiderstand  $R_V$ :

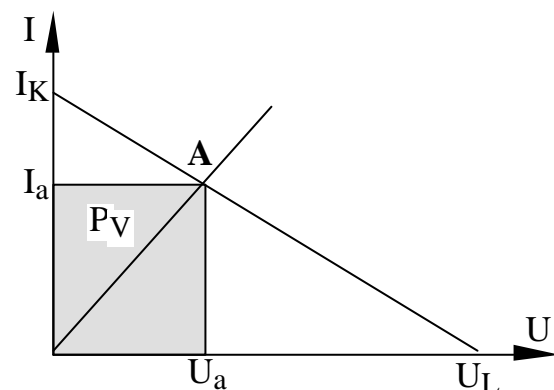
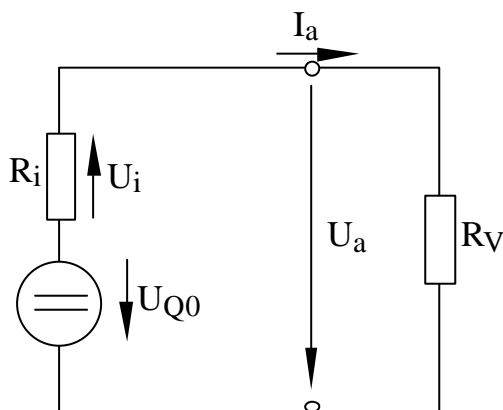
$$P_V = U_a \cdot I_a = U_V \cdot I_V$$

Gegebene Generatorkennlinie:

- Quellenspannung  $U_{Q0}$  bekannt
- Innenwiderstand  $R_i$  bekannt

Gesucht:

- Verbraucherwiderstand  $R_V$ , bei dem  $P_V = P_{Vmax}$  ist



Maximale Leistungsumsetzung in  $R_V \Rightarrow$  Leistungsanpassung.

Extremfälle

$$R_V \rightarrow 0 \Rightarrow U_a \rightarrow 0 \text{ und } I_a \rightarrow I_K \Rightarrow P_V \rightarrow 0$$

$$R_V \rightarrow \infty \Rightarrow U_a \rightarrow U_L \text{ und } I_a \rightarrow 0 \Rightarrow P_V \rightarrow 0$$

$$0 < R_V <$$

$$U_a = U_{Q0} \cdot \frac{R_V}{R_V + R_i} \quad \text{und} \quad I_a = \frac{U_a}{R_V} = \frac{U_{Q0}}{R_V + R_i}$$

$$P_V = U_a \cdot I_a = \frac{U_{Q0}^2 \cdot R_V}{(R_i + R_V)^2} = P_V(R_V) .$$

Maximum der Leistung  $P_V(R_V)$

$$\frac{dP_V}{dR_V} = \frac{U_{Q0}^2 \cdot ((R_i + R_V)^2 - 2 \cdot R_V \cdot (R_i + R_V))}{(R_i + R_V)^4} = 0$$

Daraus folgt:

$$P_V = P_{V\max} \quad \text{für} \quad R_V = R_i \quad \Rightarrow \quad P_{V\max} = \frac{U_{Q0}^2}{4 \cdot R_i}$$

Erkenntnisse lassen sich direkt auf belastete Stromquelle übertragen

Leistungsanpassung liegt vor, wenn eine Quelle mit dem Innenwiderstand  $R_i$  bzw. dem Innenleitwert  $G_i$  mit einem Verbraucherwiderstand  $R_V = R_i$  bzw. einem Verbraucherleitwert  $G_V = G_i$  belastet wird.

## 2.4.2 Anpassungskriterien

Energietechnik

- große Leistungen sollen zum Verbraucher übertragen werden
- die im Innenwiderstand umgesetzte Leistung darf aufgrund der Wirtschaftlichkeit und starker Wärmeentwicklung nicht groß werden

$$\Rightarrow R_V \gg R_i$$

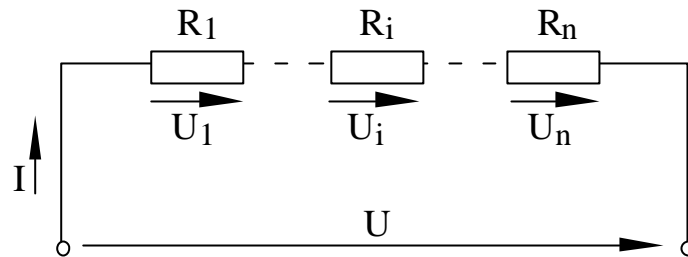
Nachrichtentechnik

- aufgrund langer Übertragungswege ist die Leistungen gering
- ohne Rücksicht auf die entstehenden Verluste soll die maximale Energie aus schwachen Signalen gewonnen werden

$$\Rightarrow \text{Leistungsanpassung}$$

## 2.5 Serien- und Parallelschaltung von Widerständen

### 2.5.1 Die Serienschaltung

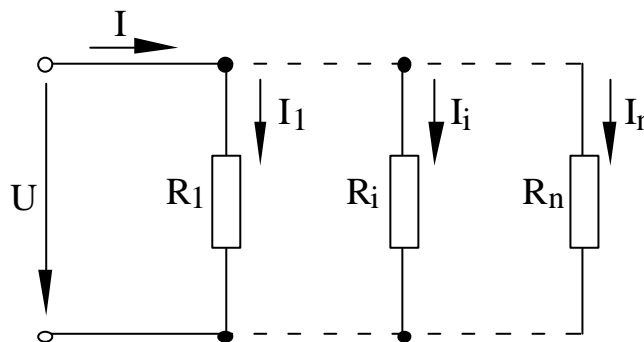


$$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad \text{mit} \quad U_i = I \cdot R_i$$

$$U = \sum_{i=1}^n I \cdot R_i = I \cdot \sum_{i=1}^n R_i = I \cdot R_{\text{ges}} \quad \Rightarrow \quad R_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n R_i$$

Bei der Serienschaltung (Reihenschaltung) addieren sich die einzelnen Widerstände zum Gesamtwiderstand.

### 2.5.2 Die Parallelschaltung



$$I = \sum_{i=1}^n I_i \quad \text{mit} \quad I_i = \frac{U}{R_i}$$

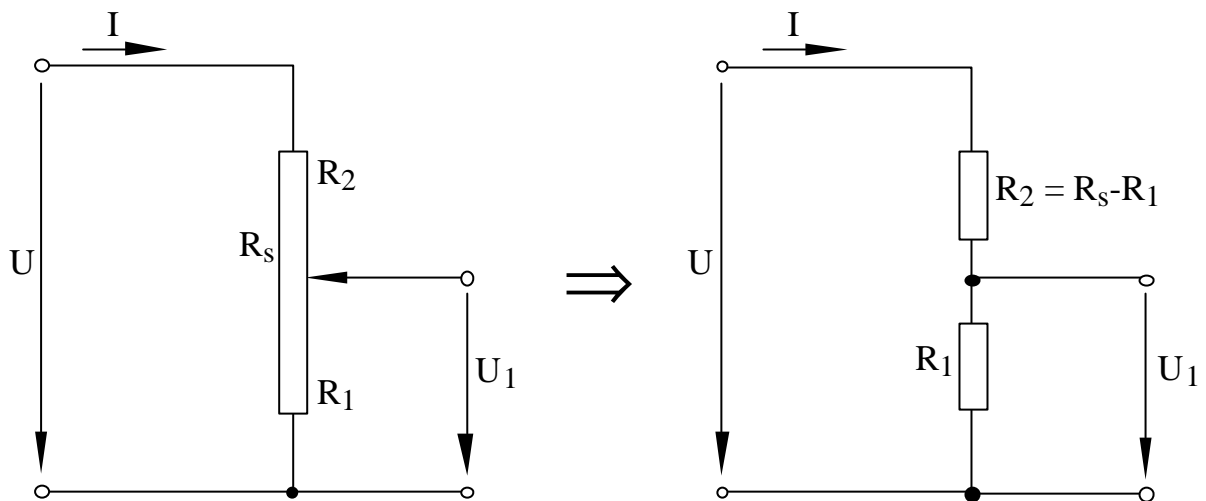
$$I = \sum_{i=1}^n \frac{U}{R_i} = U \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$\Rightarrow \quad R_{\text{ges}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

Bei der Parallelschaltung addieren sich die Kehrwerte der einzelnen Widerstände zum Kehrwert des Gesamtwiderstands.

## 2.6 Der Spannungsteiler

### 2.6.1 Der unbelastete Spannungsteiler



Schleiferwiderstand  $R_s = R_1 + R_2$

Gesamtstrom  $I = U/R_s$

Spannung  $U_1 = I \cdot R_1$

Die Schaltung läßt sich in die Serienschaltung zweier Widerstände

$R_1$  und  $R_2 = R_s - R_1$

umzeichnen.

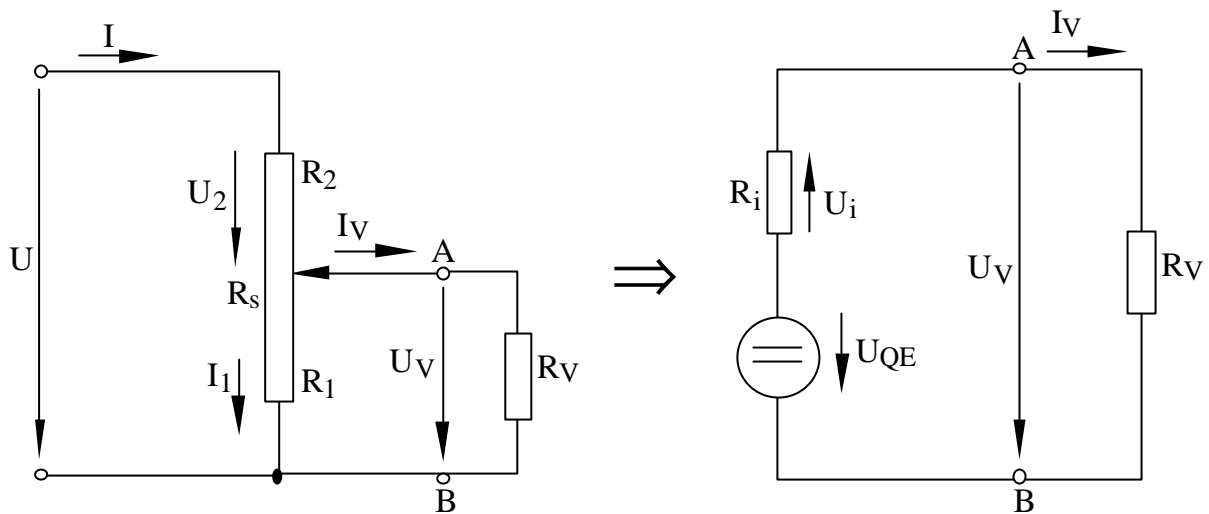
Wegen  $U = I \cdot R_s$  und  $U_1 = I \cdot R_1$  folgt:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = g$$

$g = U_1/U$  zwischen 0 und 1 einstellbar

## 2.6.2 Der belastete Spannungsteiler

### 2.6.2.1 Die Ersatzspannungsquelle



Allgemeine Kennliniengleichung des aktiven Zweipols

$$I = -\frac{I_K}{U_L} \cdot U + I_K = -\frac{1}{R_i} \cdot U + \frac{U_{Q0}}{R_i}$$

Bezogen auf die Klemmen A und B folgt mit  $I = I_V$  und  $U = U_V$ :

$$I_V = -\frac{1}{R_i} \cdot U_V + \frac{U_{QE}}{R_i}$$

Innere Quellenspannung  $U_{QE}$  und Innenwiderstand  $R_i$  der Ersatzspannungsquelle:

Originalschaltung

$$U = U_2 + U_V = I \cdot R_2 + U_V$$

$$I = I_1 + I_V = \frac{U_V}{R_1} + I_V$$

$$I_V = -\left(\frac{1 + R_2/R_1}{R_2}\right) \cdot U_V + \frac{U}{R_2}$$

Durch Koeffizientenvergleich

$$R_i = \frac{R_2}{1 + R_2/R_1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_S} = g \cdot R_2 = g \cdot (1 - g) \cdot R_S$$

und

$$\frac{U}{R_2} = \frac{U_{QE}}{R_i} \quad \Rightarrow \quad U_{QE} = U \cdot \frac{R_1}{R_S} = g \cdot U .$$

Verbraucherstrom  $I_V$  und Verbraucherspannung  $U_V$ :

$$I_V = \frac{U_{QE}}{R_i + R_V} \quad \text{und} \quad U_V = I_V \cdot R_V = \frac{U_{QE} \cdot R_V}{R_i + R_V}$$

### 2.6.2.2 Die Einstellkennlinie

$$g = R_1/R_S$$

$$p = R_S/R_V$$

Ausgangsspannung von  $g$  und  $p$  abhängig

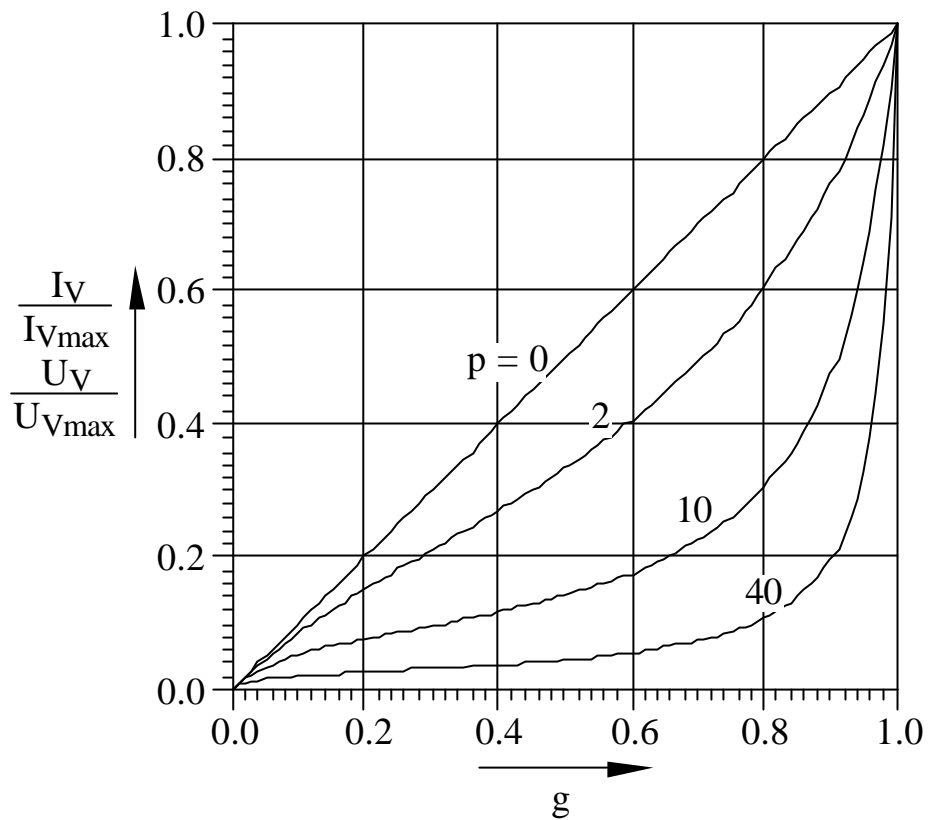
Maximaler Verbraucherstrom  $I_{Vmax}$  und maximale Verbraucherspannung  $U_{Vmax}$  bei Schleiferstellung  $g = 1$

$$\Rightarrow \quad R_2 = 0 \text{ und } R_1 = R_S$$

$$I_{Vmax} = U/R_V; \quad U_{Vmax} = U$$

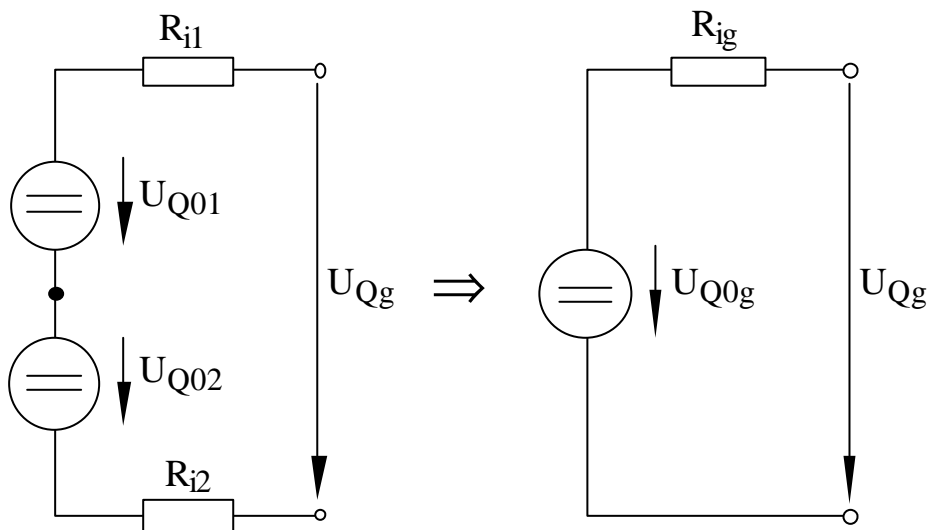
$$\frac{I_V}{I_{Vmax}} = \frac{U_{QE}}{R_i + R_V} \cdot \frac{R_V}{U} = \frac{g \cdot R_V}{g \cdot (1 - g) \cdot R_S + R_V} = \frac{g}{1 + p \cdot g \cdot (1 - g)} \quad \text{mit} \quad p = \frac{R_S}{R_V}$$

$$\frac{U_V}{U_{Vmax}} = \frac{I_V \cdot R_V}{U} = \frac{I_V}{I_{Vmax}}$$



## 2.7 Serien- und Parallelschaltung von Quellen

### 2.7.1 Serienschaltung von Spannungsquellen



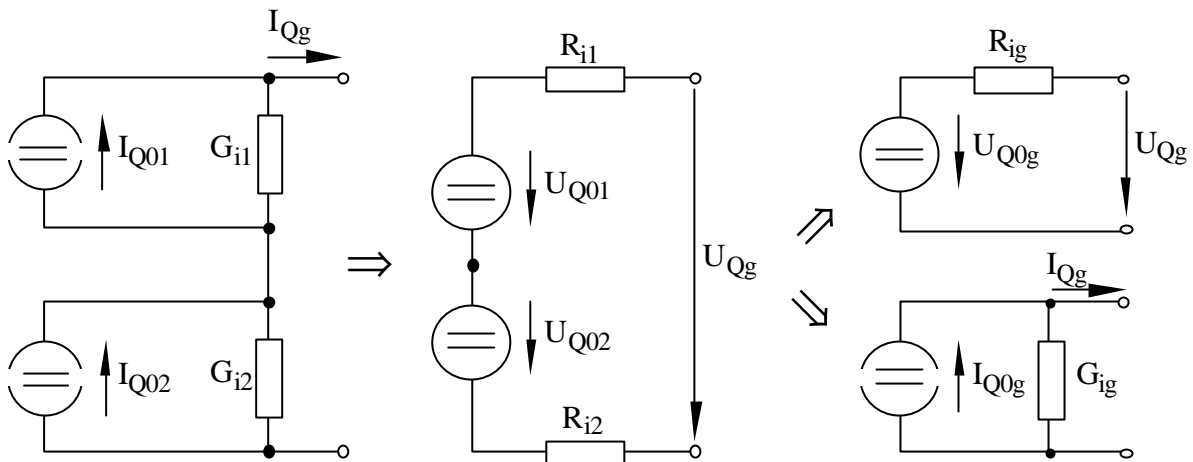
Aus Leerlauf-Betrieb ergibt sich die innere Gesamtspannungsquelle:

$$U_{Q0g} = U_{Q01} + U_{Q02}$$

Aus Kurzschluß-Betrieb ergibt sich der Gesamtinnenwiderstand:

$$R_{ig} = \frac{U_{Q01} + U_{Q02}}{I_K} = R_{i1} + R_{i2}$$

### 2.7.2 Serienschaltung von Stromquellen



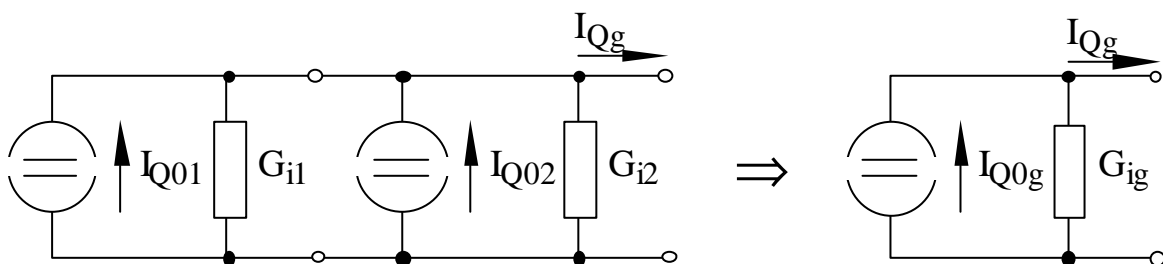
Umrechnung der beiden Stromquellen in zwei Spannungsquellen in Serienschaltung:

$$U_{Q0g} = U_{Q01} + U_{Q02} = \frac{I_{Q01}}{G_{i1}} + \frac{I_{Q02}}{G_{i2}} \quad \text{und} \quad R_{ig} = R_{i1} + R_{i2} = \frac{1}{G_{i1}} + \frac{1}{G_{i2}}$$

Gesamtspannungsquelle dann in eine Gesamtstromquelle umrechnen:

$$I_{Q0g} = \frac{U_{Q0g}}{R_{ig}} \quad \text{und} \quad G_{ig} = \frac{1}{R_{ig}}$$

### 2.7.3 Parallelschaltung von Stromquellen



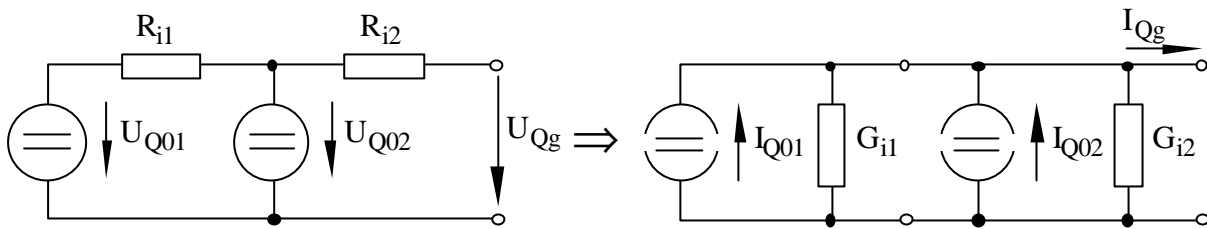
Aus Kurzschluß-Betrieb ergibt sich die innere Gesamtstromquelle:

$$I_{Q0g} = I_{Q01} + I_{Q02}$$

Aus Leerlauf-Betrieb ergibt sich der Gesamtinnenwiderstand:

$$G_{ig} = \frac{I_{Q01} + I_{Q02}}{U_I} = G_{i1} + G_{i2}$$

## 2.7.4 Parallelschaltung von Spannungsquellen



Umrechnung der beiden Spannungsquellen in zwei Stromquellen in Parallelschaltung:

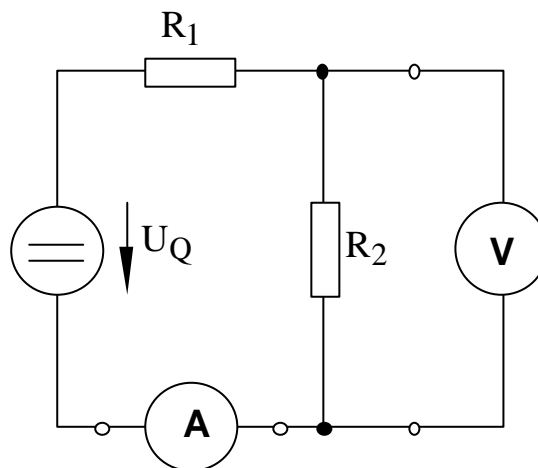
$$I_{Q0g} = I_{Q01} + I_{Q02} = \frac{U_{Q01}}{R_{i1}} + \frac{U_{Q02}}{R_{i2}} \quad \text{und} \quad G_{ig} = G_{i1} + G_{i2} = \frac{1}{R_{i1}} + \frac{1}{R_{i2}}$$

Gesamtstromquelle dann in eine Gesamtspannungsquelle umrechnen:

$$U_{Q0g} = \frac{I_{Q0g}}{G_{ig}} \quad \text{und} \quad R_{ig} = \frac{1}{G_{ig}}$$

## 2.8 Messung von Stromstärke, Spannung und Widerstand

### 2.8.1 Stromstärke und Spannung



Strom und Spannung werden durch Strommesser bzw. Spannungsmesser ermittelt

Prinzipiell bei beiden Meßgeräten gleiches Meßwerk

Aufgrund der Beschaltung und der Meßskala entweder

- Spannungsmesser

- Strommesser

### 2.8.1.1 Die Strommessung

Strommessung wird mit Strommesser durchgeführt

Stromkreis wird aufgetrennt und der Strommesser eingefügt

Meßwerk mit Widerstand  $R_{MI} \neq 0 \Rightarrow$  Spannungsabfall  $U_{MI} = I \cdot R_{MI}$

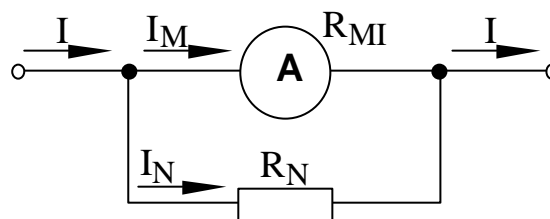
$\Rightarrow$  gesamte Netzwerk wird beeinflusst

Bedingung  $U_{MI} = 0 \Rightarrow$  Forderung  $R_{MI} = 0$

Meßbereichserweiterung:

Strom  $I_M$  über das Meßwerk ist sehr gering

Für größere Ströme muß der Strommesser mit Nebenwiderstand  $R_N$  erweitert werden



$$\frac{I_M}{I_N} = \frac{R_N}{R_{MI}}$$

### 2.8.1.2 Die Spannungsmessung

Spannungsmessung wird mit Spannungsmesser durchgeführt

Spannung wird parallel zu Bauelement gemessen

Spannungsmesser mit Widerstand  $R_{MU} < \infty \Rightarrow$  Strom  $I_{MU} = U/R_{MU}$

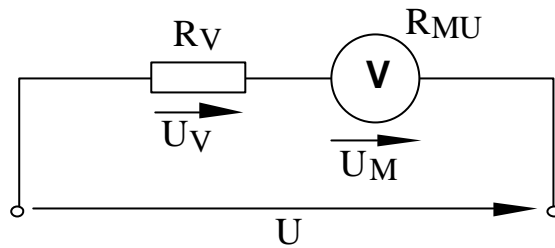
$\Rightarrow$  gesamte Netzwerk wird beeinflusst

Bedingung  $I_{MU} = 0 \Rightarrow$  Forderung  $R_{MU} = \infty$

Meßbereichserweiterung:

Spannungsabfall  $U_M$  am Meßwerk ist sehr gering

Für größere Spannung muß der Spannungsmesser mit Vorwiderstand  $R_V$  erweitert werden



$$\frac{U_M}{U_V} = \frac{R_{MU}}{R_V}$$

## 2.8.2 Die Widerstandsmessung

### 2.8.2.1 Die einfache Widerstandsmessung

$$R = U/I$$

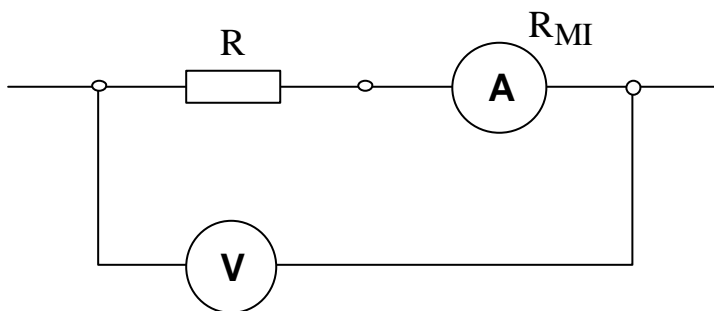
meßtechnische Bestimmung des Widerstands  $R$

Spannung, die am Widerstand  $R$  abfällt  
Strom, der über den Widerstand  $R$  fließt

müssen bestimmt werden

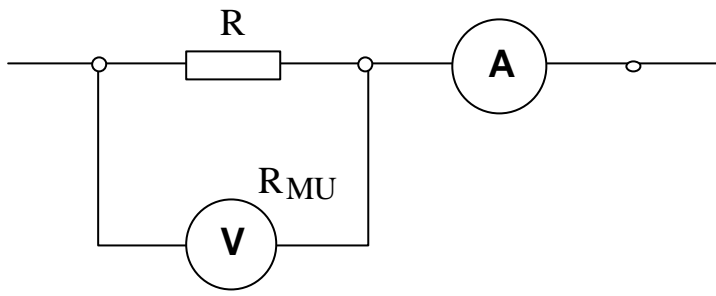
Zwei Alternativen:

Stromrichtig



$$R = \frac{U}{I} - R_{MI}$$

Spannungsrichtig



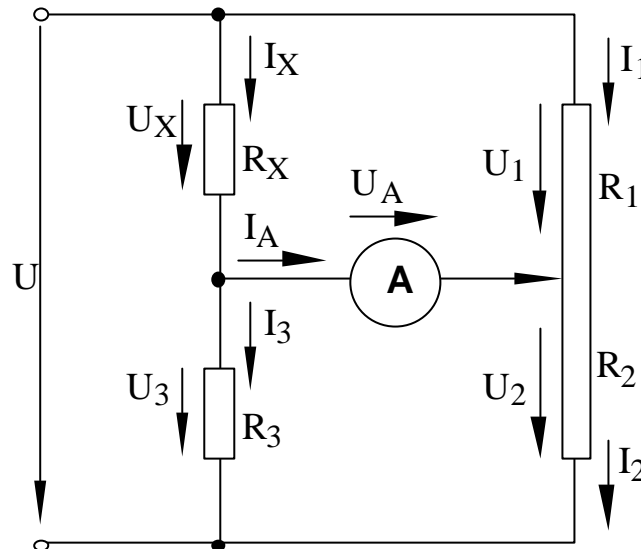
$$R = \frac{U}{I - U/R_{MU}}$$

### 2.8.2.2 Die Widerstandsmessung mit der Wheatstonschen Brücke

Strommesser in Brückenschaltung als Nullindikator

Widerstandsverhältnis  $R_1/R_2$  wird so lange variiert, bis die Brücke abgeglichen ist

⇒ Strom  $I_A$  durch den Strommesser = Null



Innenwiderstand des Strommessers hat keinen Einfluß auf die Messung

Im abgeglichenen Zustand  $I_A = 0$  folgt:

$$I_x = I_3; \quad I_1 = I_2$$

Wegen  $U_A = 0$  ergibt sich:

$$U_1 = U_x, \quad U_2 = U_3$$

Mit

$$U_x = I_x \cdot R_x = I_1 \cdot R_1$$

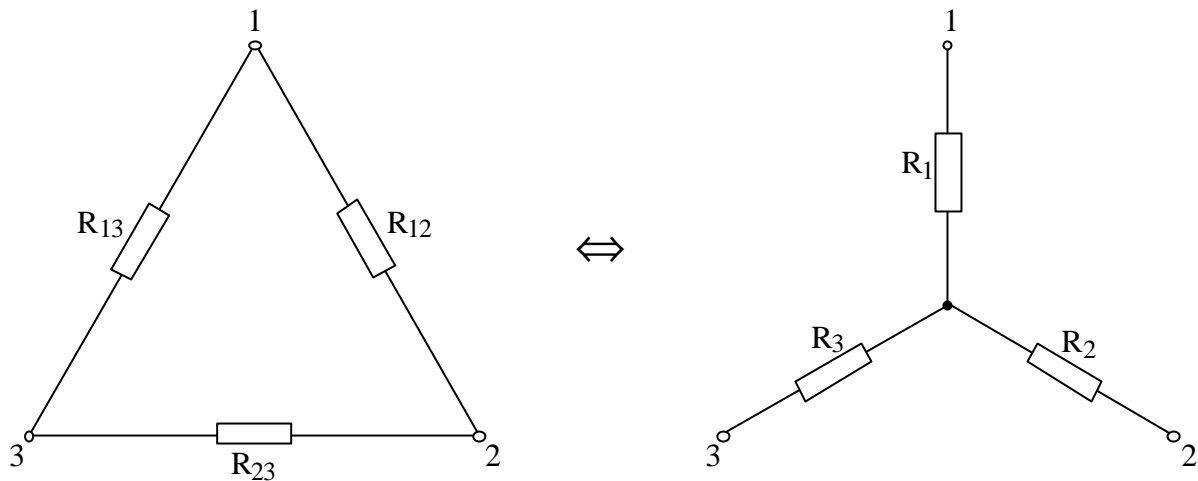
$$I_x = I_3 = U_3 / R_3$$

$$I_1 = I_2 = U_2 / R_2 = U_3 / R_2$$

folgt für  $R_x$ :

$$\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

## 2.9 Die Stern-Dreieck-Transformation



Äquivalente Umformung der einen Schaltung in die andere erfordert das gleiche elektrische Verhalten an den Punkten 1, 2 und 3

Interne Strom- und Spannungsaufteilung spielt dabei keine Rolle

Widerstand zwischen den Punkten 1 und 3

$$R_{13} \parallel (R_{12} + R_{23}) = \frac{R_{13} \cdot (R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = R_1 + R_3$$

zwischen den Punkten 1 und 2

$$R_{12} \parallel (R_{13} + R_{23}) = \frac{R_{12} \cdot (R_{13} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = R_1 + R_2$$

zwischen den Punkten 2 und 3

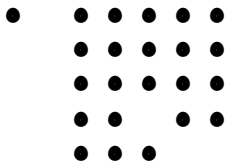
$$R_{23} \parallel (R_{12} + R_{13}) = \frac{R_{23} \cdot (R_{12} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} = R_2 + R_3 .$$

Sternschaltung aus Dreieckschaltung:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} ; \quad R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} ; \quad R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Dreieckschaltung aus Sternschaltung:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} ; \quad R_{13} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} ; \quad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

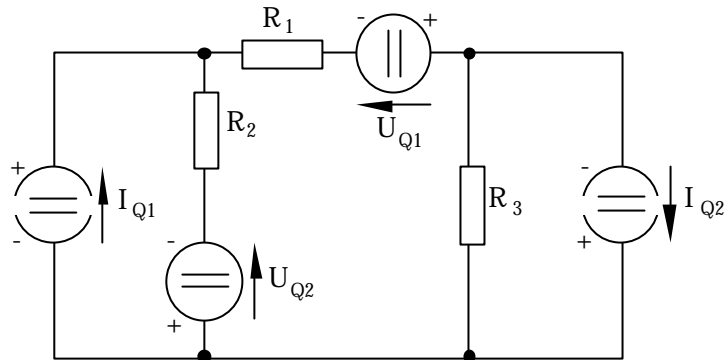


## 2. Übungen zum Kapitel „Gleichstromschaltungen mit linearen Bauelementen“

### Übungsaufgabe 2.1

Gegeben ist das nebenstehende Netzwerk mit den Werten:

- $R_1 = 4,0\Omega$
- $R_2 = 5,5\Omega$
- $R_3 = 9,3\Omega$
- $U_{Q1} = 15V$
- $U_{Q2} = 11V$
- $I_{Q1} = 3,5A$
- $I_{Q2} = 6,0A$



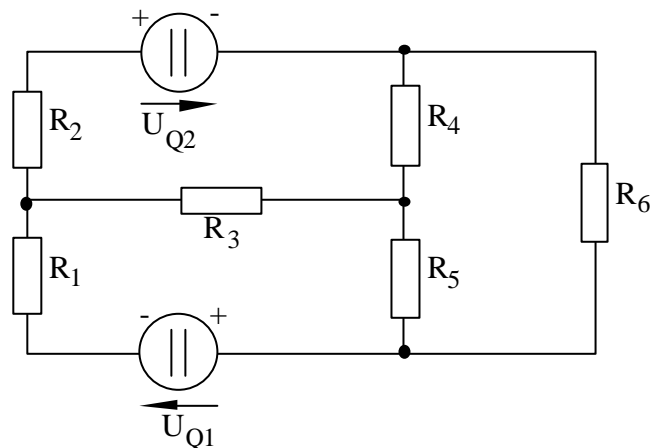
Berechnen Sie die Ströme, die durch Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  fließen.

(Lösung:  $I_{R1} = +/- 4,205 A$ ;  $I_{R2} = +/- 0,705 A$ ;  $I_{R3} = +/- 1,795 A$ )

### Übungsaufgabe 2.2

Mit Hilfe eines Graphen ist für das nebenstehende Netzwerk das Gleichungssystem für die unbekanntenen Ströme aufzustellen ( $I_j =$  Strom durch  $R_j$ ).

- $U_{Q1} = 10V$ ,
- $U_{Q2} = 15V$
- $R_1 = 10\Omega$
- $R_2 = 15\Omega$
- $R_3 = 8\Omega$
- $R_4 = 12\Omega$
- $R_5 = 30\Omega$
- $R_6 = 25\Omega$



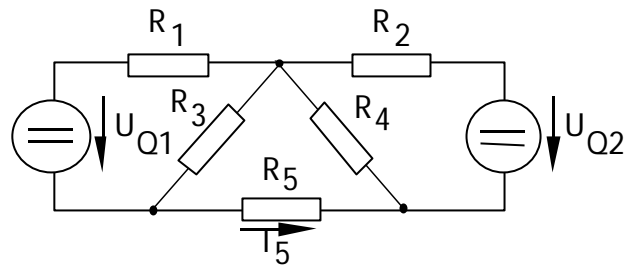
(Lösung:  $I_1 = +/- 0,553 A$ ;  $I_2 = +/- 0,682 A$ ;  $I_3 = +/- 0,129 A$ ;  $I_4 = +/- 0,312 A$ ;  $I_5 = +/- 0,183 A$ ;  $I_6 = +/- 0,370 A$ )

### Übungsaufgabe 2.3

Für das nachfolgende Netzwerk wurde in der Vorlesung der Strom  $I_5$  ausführlich ermittelt. Kontrollieren Sie dieses Ergebnis mit Hilfe der Überlagerungsmethode (Superposition).

Die Schaltungselemente waren wie folgt festgelegt worden:

- $R_1 = 1 \Omega$
- $R_2 = 2 \Omega$
- $R_3 = 30 \Omega$
- $R_4 = 40 \Omega$
- $R_5 = 5 \Omega$
- $U_{Q1} = 24 \text{ V}$
- $U_{Q2} = 20 \text{ V}$



Der Strom  $I_5$  ergab sich zu  $-0,5307 \text{ A}$ .

### Übungsaufgabe 2.4

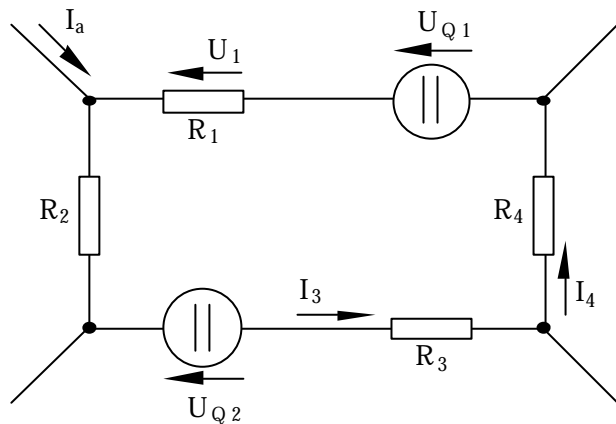
Der Widerstand  $R_5$  im Netzwerk aus Aufgabe 2.3 ändert sich um den Wert  $\Delta R_5 = 0,1 \Omega$ . Bestimmen Sie mit Hilfe einer Ersatzquelle den durch die Änderung resultierenden Strom  $\Delta I_5$ .

(Lösung:  $\Delta I_5 = 6,66 \text{ mA}$ )

### Übungsaufgabe 2.5

Gegeben ist das nebenstehende Netzwerk mit den folgenden Werten:

- $R_1 = 11 \Omega$
- $R_2 = 10 \Omega$
- $R_3 = 20 \Omega$
- $R_4 = 15 \Omega$
- $U_1 = 3 \text{ V}$
- $U_{Q1} = -11 \text{ V}$
- $U_{Q2} = 18 \text{ V}$
- $I_a = -1,5 \text{ A}$
- $I_4 = 0,5 \text{ A}$



Berechnen Sie den Strom  $I_3$ .

(Lösung:  $I_3 = 1,539 \text{ A}$ )

### Übungsaufgabe 2.6

Ein Akkumulator zeigt bei Belastung mit dem Strom  $I_1 = 40 \text{ A}$  die Klemmenspannung  $U_1 = 11,56 \text{ V}$  und bei Belastung mit dem Strom  $I_2 = 80 \text{ A}$  die Klemmenspannung  $U_2 = 10 \text{ V}$ . Bestimmen Sie den Innenwiderstand  $R_i$ , die innere Quellenspannung  $U_{Q0}$  und den Kurzschlussstrom  $I_K$  des Akkumulators.

(Lösung:  $R_i = 39 \text{ m}\Omega$ ;  $U_{Q0} = 13,12 \text{ V}$ ;  $I_K = 336,4 \text{ A}$ )

### Übungsaufgabe 2.7

Eine Stromquelle mit dem inneren Quellenstrom  $50\text{mA}$  und dem Innenleitwert  $G_i = 5\text{mS}$  wird nacheinander an die Verbraucherwiderstände

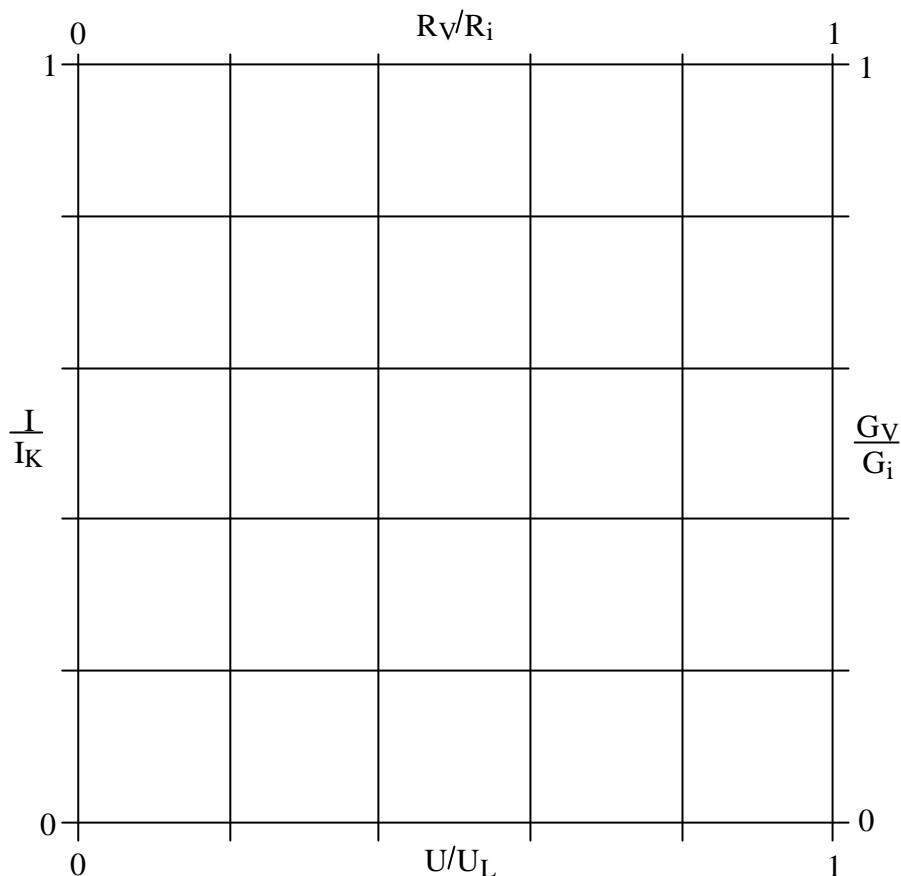
$$R_{V1} = 2\text{k}\Omega$$

$$R_{V2} = 500\Omega$$

$$R_{V3} = 50\Omega$$

angeschlossen. Bestimmen Sie rechnerisch und graphisch (mit Hilfe des nebenstehenden normierten Kennlinienfeldes) die Arbeitspunktspannungen und die Arbeitspunktströme.

(Lösung:  $U_{A1}/U_L = 0,91$ ;  
 $I_{A1}/I_K = 0,09$ ;  $U_{A2}/U_L = 0,71$ ;  
 $I_{A2}/I_K = 0,285$ ;  $U_{A3}/U_L = 0,2$ ;  
 $I_{A3}/I_K = 0,8$ )



### Übungsaufgabe 2.8

Eine Spannungsquelle mit der inneren Quellenspannung  $U_{Q0} = 20\text{V}$  und dem Innenwiderstand  $R_i = 5\Omega$  wird mit einem Verbraucher belastet, der durch Schwankung seiner Widerstandswert  $R_V$  zwischen  $1\Omega$  und  $20\Omega$  ändert. Für den angegebenen Widerstandsbereich des Verbrauchers sind in einer Graphik

- der bezogene Verbraucherstrom  $I_V/I_{V\text{max}}$
- die bezogene Verbraucherspannung  $U_V/U_{V\text{max}}$

über den bezogenen Widerstand  $R_V/R_i$  darzustellen.

Wie groß ist die maximale Leistung, die im Verbraucherwiderstand umgesetzt wird?

(Lösung:  $P_{V\text{max}} = 20\text{W}$ )

### Übungsaufgabe 2.9

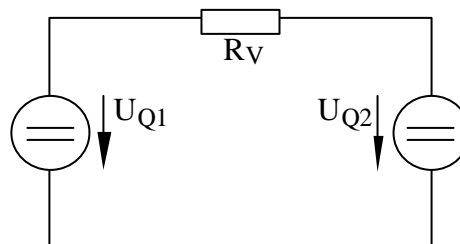
Gegeben ist das nebenstehende Netzwerk mit den Werten:

$$U_{Q1} = 10\text{V}$$

$$U_{Q2} = 20\text{V}$$

$$R_V = 5\Omega$$

Berechnen Sie die im Verbraucherwiderstand  $R_V$  umge-



setzte Leistung. Welche Leistung wird von den einzelnen Spannungsquellen aufgebracht, bzw. aufgenommen?

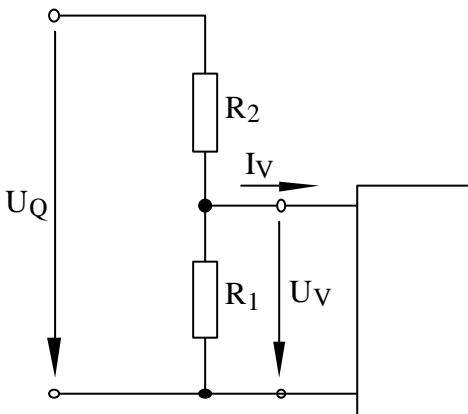
(Lösung:  $P_{RV} = 20 \text{ W}$ ;  $P_{Q1} = + 20 \text{ W}$ ;  $P_{Q2} = - 40 \text{ W}$ )

### Übungsaufgabe 2.10

Ein Spannungsteiler mit den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , dessen Ausgangsklemmen parallel zu  $R_1$  angeordnet sind, wird an eine Spannungsquelle  $U_Q = 100\text{V}$  gelegt. Bei Belastung mit dem Strom  $I_{V1} = 0,5\text{A}$  stellt sich eine Verbraucherspannung  $U_{V1} = 54\text{V}$  ein, während eine Belastung mit  $I_{V2} = 1,2\text{A}$  zu einer Verbraucherspannung  $U_{V2} = 38\text{V}$  führt. Bestimmen Sie die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ . Für welche Leistung müssen diese Widerstände ausgelegt sein?

(Lösung:  $R_1 = 66,12\Omega$ ;  $R_2 = 34,94\Omega$ ;  $P_{R1} = 64,7 \text{ W}$ ;  $P_{R2} = 286,2 \text{ W}$ )

### Übungsaufgabe 2.11

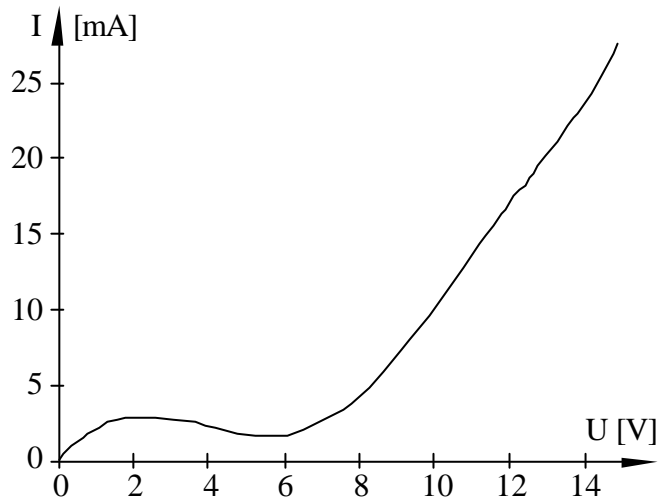


Der nebenstehende Spannungsteiler mit den Werten

$U_Q = 20\text{V}$

$R_1 = 2\text{k}\Omega$

$R_2 = 1\text{k}\Omega$



wird mit einem nicht-linearen Zweipol belastet, dessen Strom-Spannungs-Charakteristik durch die nebenstehende Kennlinie gegeben ist.

Bestimmen Sie die Spannung  $U_V$  und den Strom  $I_V$  der Anordnung.

(Lösung:  $U_V = 8,8 \text{ V}$ ;  $I_V = 6,5 \text{ mA}$ )

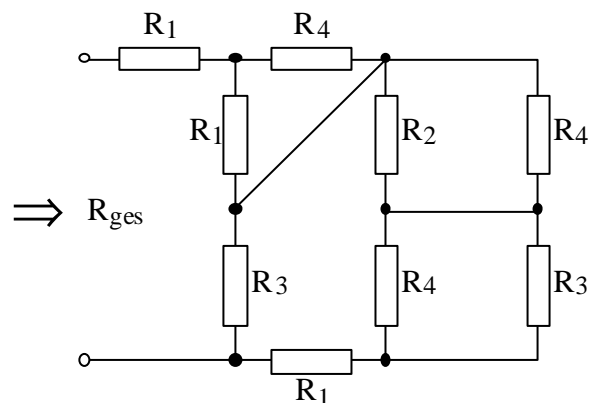
### Übungsaufgabe 2.12

Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  der nebenstehenden Schaltung. Die Werte der Widerstände sind wie folgt gegeben:

$R_1 = 10\Omega$ ;  $R_2 = 20\Omega$

$R_3 = 30\Omega$ ;  $R_4 = 40\Omega$

(Lösung:  $R_{ges} = 35,23 \Omega$ )



### Übungsaufgabe 2.13

Gegeben ist die nebenstehende Schaltung mit den Werten:

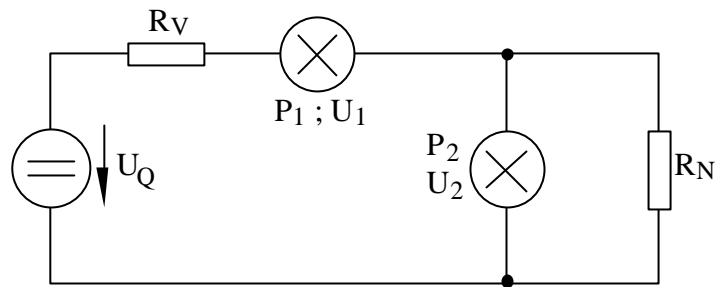
$$U_Q = 220V$$

$$P_1 = 60W$$

$$U_1 = 60V$$

$$P_2 = 60W$$

$$U_2 = 120V$$



Legen Sie die Widerstände  $R_V$  und  $R_N$  so aus, dass beide Glühlampen mit ihren Nenndaten  $P$  und  $U$  arbeiten.

(Lösung:  $R_V = 40\Omega$ ;  $R_N = 240\Omega$ )

### Übungsaufgabe 2.14

Gegeben ist die nebenstehende Schaltung mit den Werten:

$$U_Q = 20V$$

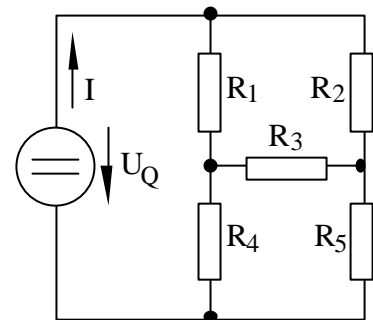
$$R_1 = 15\Omega$$

$$R_2 = 8\Omega$$

$$R_3 = 10\Omega$$

$$R_4 = 20\Omega$$

$$R_5 = 7\Omega$$



Berechnen Sie den Gesamtstrom  $I$  der Schaltung.

(Lösung:  $I = 1,91 A$ )