

# Formelsammlung Elektrotechnik

## Allgemein:

Def. der Spannung

$$U = RI = E \cdot s = \frac{W}{Q} = \frac{F \cdot s}{Q}$$

Leitwert:

$$G = \frac{1}{R}$$

Energie:

$$W = Fs = \int \vec{F} d\vec{s} = \int EQ ds = QU = P \cdot t$$

Leistung:

$$P = \dot{W} = \frac{dW}{dt} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R = \frac{QU}{t}$$

Strom:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Stromdichte:

$$\mathbf{d} = \frac{I}{A}$$

Widerstand:

$$R = \frac{\mathbf{r} \cdot l}{A} \quad \text{mit } \mathbf{r} = \text{spezifischer Widerstand}$$

Diodenkennlinie:

$$I_D = I_0 (e^{\frac{U_D}{40mV}} - 1)$$

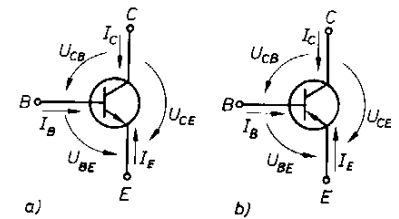
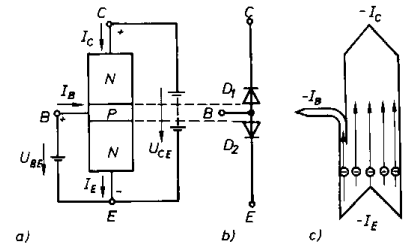
Transistor:

$$I_C = I_L = \mathbf{h} I_B$$

$$U = U_L + U_{CE} = I_L \cdot R_L + U_{CE}$$

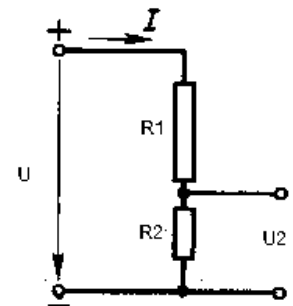
$$P_L = U_L \cdot I_L$$

$$P_V = I_C \cdot U_{CE}$$



NPN

PNP



Teiler:

Spannungsteiler (unbelastet):

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Spannungsteiler (belastet):

(geg:  $U_1, R_1, R_2, R_L$ )

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{Innenwiderstand})$$

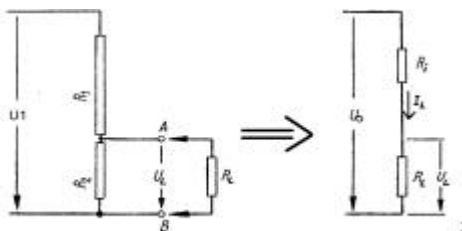
$$U_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_1 \quad (\text{Ersatzspannungsquelle})$$

$$U_L = \frac{R_L}{R_i + R_L} U_0 = \frac{R_2 R_L}{R_1 R_2 + R_1 R_L + R_2 R_L} U_0$$

$$I_L = \frac{U_L}{R_L}$$

Stromteiler:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Stern-Dreieck-Umwandlung:

$$R_{12} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{20}R_{30} + R_{10}R_{30}}{R_{30}}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{20}R_{30} + R_{10}R_{30}}{R_{20}}$$

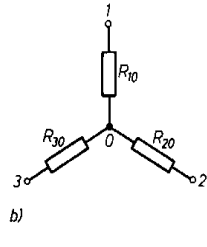
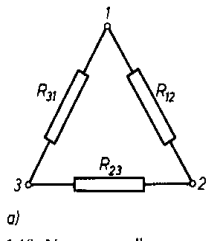
$$R_{23} = \frac{R_{10}R_{20} + R_{20}R_{30} + R_{10}R_{30}}{R_{10}}$$

Dreieck-Stern-Umwandlung:

$$R_{10} = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$



Für  $R_D = R_{12} = R_{13} = R_{23}$  gilt:  $R_S = R_D/3$

Kirchhoffsche Regeln:

Maschensatz:  $\sum U = 0$

Knotensatz:  $\sum I_{\text{zuefl}} = \sum I_{\text{abfl}}$

Sprungantwort:

$$u(t) = u_{\text{stat}} + u_{\text{ausgleich}}(t)$$

Spannungsverlauf:

$$u(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Ausgleichsvorgang ist der abnehmende Teil

$$\tau = R \cdot C = \frac{L}{R}$$

Stromverlauf

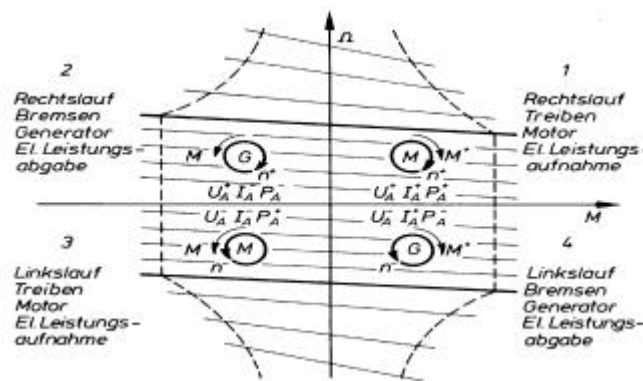
$$i(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Parallel/Reihenschaltung:

	Widerstand	Kondensator	Spule
Reihe	$R = R_1 + R_2$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$	$L = L_1 + L_2$
Parallel	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$	$C = C_1 + C_2$	$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$
Energie	$W = \int p dt$	$W = \frac{1}{2} CU^2$	$W = \frac{1}{2} LI^2$
	$u = R \cdot i$	$i_c = c \frac{du_c}{dt}$	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$
		$Q = CU$	$\Psi = N\Phi = LI$

# Gleichstrommaschine

- Allgemein:  $\Omega = \frac{2p}{60}n$   
 $v = \Omega r$
- Drehbewegung:  $U_i = k f_E \Omega$
- Festbremsmoment:  $M = k f_E I_A$
- Beschleunigungsmoment:  $M_B = \Theta \frac{d\Omega}{dt} = M_{Motor} - M_{Last}$
- Rotationsenergie:  $E_{rot} = \frac{1}{2} \Theta \Omega^2$
- Leistungssatz:  
 $P_{el} = P_v + P_{mech}$   
 $P_{el} = U_A I_A$   
 $P_v = R_A I_A^2$   
 $P_{mech} = \Omega M = U_i \cdot I_A$   
 $U_A I_A = R_A I_A^2 + \Omega M$   
 $U_A = R_A I_A + U_i$   
 $U_A = \frac{R_A}{k f_E} M + k f_E \Omega$
- Kennlinie:  $\Omega = \frac{U_A}{k f_E} - \frac{R_A}{k^2 f_E^2} M$
- Nenn Drehzahl:  $\Omega_0 = \frac{U_A}{k \Phi_E}$  für  $I_A = 0$
- $\frac{P_{Leerlauf}}{P_N} = \frac{n_0}{n_N}$
- Wirkungsgrad:  $\boldsymbol{h} = \frac{P_{mech}}{P_{el}}$



## Elektrostatisches Feld

Elektrische Feldstärke:  $E = \frac{F}{Q}$

Kraft zwischen Kondensatorplatten:  $F = \frac{1}{2} \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r \frac{A}{d^2} U^2 = \frac{dW}{dd}$

Elektrischer Verschiebungsfluß:  $D = \frac{d\Psi}{dA} = \frac{dQ}{dA} = \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r E$  (Feldlinienzahl pro Fläche)

	Platten	Zylinder	Kugel
Kapazität	$C = \frac{Q}{U}$	$C = \frac{2\mathbf{p}\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r l}{\ln(r_2/r_1)}$	$C = 4\mathbf{p}\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$
Feldstärke	$E = \frac{U}{d}$	$E = \frac{Q}{2\mathbf{p}\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r r l}$	
Tüdel	$\Psi = Q = DA = \mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r EA$	$U = \int \vec{E} d\vec{r} = \frac{Q}{2\mathbf{p}\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_r l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$	

## Magnetisches Feld

Kraf auf parallele Leiter:  $F = \frac{\mathbf{m}_0 l}{2\mathbf{p} \cdot r} I_1 I_2$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter:  $F = I(\vec{l} \times \vec{B})$

Kraft auf bewegte Ladung:  $F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha = Q(\vec{v} \times \vec{B})$

Anzugskraft eines Magneten:  $F = \frac{A_{ges} B^2}{2\mathbf{m}}$

Magnetischer Fluß:  $\Phi = B \cdot A = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$  mit Flußdichte  $B = \int A \cdot dB$

$$\oint B \cdot d\vec{s} = \mathbf{m}_0 \mathbf{m} I$$

Resultierende Permeabilitätskonstante:  $\mathbf{m}_{eff} = \frac{\Sigma l_E}{\Sigma d}$

Flußdichte:  $B = \mathbf{m}_0 \mathbf{m} \frac{IN}{l}$

außerhalb vom Leiter:  $B = \mathbf{m}_0 \mathbf{m} \frac{I}{2\mathbf{p} \cdot r}$

innerhalb des Leiters:  $B = \mathbf{m}_0 \mathbf{m} \frac{rI}{2\mathbf{p} \cdot r_0^2}$

magnet. Feldstärke:  $H = \frac{B}{\mathbf{m}_0 \mathbf{m}}$

Strom:  $I = \oint H \cdot d\vec{s}$

Luftspaltarbeit:  $w_d = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mathbf{m}}$   $w_E = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mathbf{m}_0 \mathbf{m}_E}$

$$\Delta W = w_d - w_E \qquad \Delta W = \Delta w - A \Delta d$$

Durchflutung:	$\Theta = N \cdot I = \sum Hl$	$R_{ges} = \frac{\Theta}{\mathbf{f}}$
Magnet. Stromkreis (Spannungsabfall):	$V = R_m \mathbf{f} = H \cdot l$	
Magnetischer Widerstand:	$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_E} \cdot \frac{l}{A}$	
	$R_d = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{d}{A}$	(Luftspalt)
Induktivität einer Spule:	$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N \mathbf{f}}{I} = \frac{N}{I} \cdot \frac{\Theta}{R_m} = \frac{N}{I} \cdot \frac{N \cdot I}{R_m} = \frac{N^2}{R_m}$	
	$L = \mu_0 \mu \frac{A}{l_E} N^2$	
Induktionsspannung:	$U_{ind} = -L \frac{di}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}$	

### Wechselstrom

Effektivwerte:	$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$	für cos:	$U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
	$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$	für sin:	$I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$
	$P_{eff} = U_{eff} I_{eff}$	für sios:	$P_{eff} = \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{2}$
Mittelwert:	$U_M = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$ (Strom analog)		
Gleichrichtwert:	$U_G = \frac{1}{T} \int_0^T  u  dt$	s.o.	
Formfaktor:	$FF = \frac{U_{eff}}{U_G}$	s.o.	

#### ohmscher Widerstand:

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t)$$

$$u(t) = R \cdot \hat{i} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t)$$

$$p(t) = i \cdot u = R \cdot \hat{i}^2 \sin^2(\mathbf{w} \cdot t) = \frac{1}{R} \hat{u}^2 \sin^2(\mathbf{w} \cdot t)$$

#### mittlere Leistung:

$$p_{(av)} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\hat{u}^2}{2} = \frac{1}{R} \cdot U_{eff}^2 = R \cdot \frac{\hat{i}^2}{2} = R \cdot I_{eff}^2$$

#### induktiver Widerstand:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t)$$

$$u = L \cdot \frac{d}{dt} (\hat{i} \sin(\mathbf{w} \cdot t)) = \mathbf{w} \cdot L \cdot \hat{i} \cos(\mathbf{w} \cdot t)$$

induktiver Blindwiderstand:

$$x_L = \mathbf{w} \cdot L \text{ (frequenzabhängiger Proportionalitätsfaktor)}$$

$$U_{eff} = x_L I_{eff}$$

kapazitiver Widerstand:

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t)$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} = C \frac{d}{dt} \hat{u} \sin(\mathbf{w} \cdot t) = \mathbf{w} \cdot C \cdot \hat{u} \cos(\mathbf{w} \cdot t)$$

kapazitiver Blindwiderstand:

$$x_c = \frac{1}{\mathbf{w} \cdot C}$$

$$U_{eff} = x_c I_{eff}$$

komplexer Widerstand:

$$\underline{Z}^2 = R^2 + x_L^2 \quad (\text{Mit } x_c \text{ analog})$$

$$\underline{Z} = R + jx_L = R \cdot e^{j\phi}$$

Spule: Spannung eilt Strom 90 Grad voraus

Kondensator: Strom eilt Spannung 90 Grad voraus

Reihenschaltung Widerstand und Spule:

Strom:  $i(t) = \sqrt{2} I_{eff} \sin(\mathbf{w} \cdot t)$

Spannung (Widerstand):  $u_R = R \cdot i = \sqrt{2} R I_{eff} \sin(\mathbf{w} \cdot t) = \sqrt{2} U_{eff} \sin(\mathbf{w} \cdot t)$

(Spule):  $u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} \sqrt{2} I_{eff} \sin(\mathbf{w} \cdot t) = L \sqrt{2} \mathbf{w} \cdot I_{eff} \cos(\mathbf{w} \cdot t) = \sqrt{2} U_{eff} \cos(\mathbf{w} \cdot t)$

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{j})$$

$$p(t) = i \cdot u = \hat{i} \cdot \hat{u} \cdot \sin(\mathbf{w} \cdot t) \sin(\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{j})$$

$$= I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos \mathbf{j} - I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos(2\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{j})$$

$$= \text{Wirkleistung} + \text{pulsierende Leistung}$$

$$P = IU \cos \mathbf{j}$$

Wirkleistung:

$$S = IU$$

Scheinleistung:

$$Q = IU \sin \mathbf{j}$$

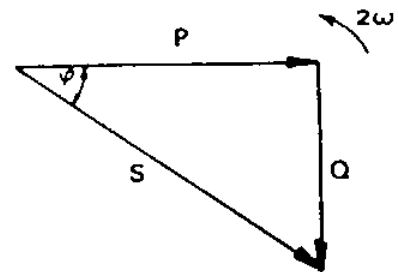
Blindleistung:

Zusammenhang:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Transformator:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



**Wichtige Einheiten:**

Ladung	Q	1C=1Vs
Kapazität	C	1F=1s/Ω
Elektrische Flußdichte	D	1C/m²=1As/m²
Elektrische Feldstärke	E	1V/m=1N/As
Magnetischer Fluß	φ	1Wb=1Vs
Magnetische Flußdichte	B	1T=1Vs/m²
Magnetische Feldstärke	H	1A/m
Induktivität	L	1H=1Vs/A
Durchflutung	Θ	1A
Permeabilitätskonstante	μ₀	1H/m
Elektrische Feldkonstante	ε₀	1F/m